



Proposed a New Detection Algorithm for Spatial Modulation Systems based on M-ML Algorithm

Mohammad Bakkar

Department of Communication Engineering, Faculty of Informatics Engineering, Ittihad Private University (IPU), Damascus, Syria

E-mail: bakkarmb968@gmail.com

Received:	28/12/2021	Accepted:	21/4/2022	Published:	4/28/2022
-----------	------------	-----------	-----------	------------	-----------

Abstract

This paper proposes a new detection algorithm with better performance for spatial modulation (SM) systems, which uses (M-PSK) or (M-QAM) constellation diagram. The proposed algorithm has enhanced to M-algorithm-based maximum likelihood detector (M-ML). Mathematically, we analyzed the number of mathematical discussions of the ML detector which determining from (M-ML) algorithm on the first receiving antenna down to the last receiving antenna. Then counting the smallest value for these mathematical discussions at each receiving antenna, which refers to both the received symbols and the number of the effective antenna on the transmitter side. The proposed algorithm named (L-ML). The simulation results showed that the proposed algorithm gave an improvement in bit error rate (BER) value compared with the algorithm (M-ML). Both algorithms (M-ML) and (L-ML) have the same value of computational complexity. The results of the proposed algorithm (L-ML) were verified by simulation with Matlab.

Keywords: Spatial Modulation (SM), Constellation diagram (M-PSK), Constellation diagram (M-QAM), Maximum Likelihood (ML), M-ML Algorithm, L-ML Algorithm.

اقتراح خوارزمية كشف جديدة لأنظمة التعديل الفراغي وتعتمد على الخوارزمية M-ML

محمد عبد الرزاق بكار

مدرس في قسم هندسة الاتصالات، كلية الهندسة المعلوماتية، جامعة الاتحاد الخاصة، دمشق، سوريا

E-mail: bakkarmb968@gmail.com

الخلاصة

تقترح هذه الورقة البحثية خوارزمية كشف جديدة ذات أداء أفضل لأنظمة التعديل الفراغي (SM)، التي تستخدم كلاً من مخطط كوكبة الرموز (M-PSK) أو (M-QAM)، وتعتمد هذه الخوارزمية تطويراً للخوارزمية (M-ML)، رياضياً، قمنا بتحليل الخوارزمية (M-ML)، إذ تم الاستفادة من عدد المناقشات الرياضية لكاشف الأرجحية العظمى (ML)، التي تُحدد الخوارزمية (M-ML) على هوائي الاستقبال الأول وصولاً إلى هوائي الاستقبال الأخير، ثم حصر أصغر قيمة لهذه المناقشات الرياضية عند كل هوائي استقبال والاستفادة منها، والتي تشير إلى الرموز المكشوفة ورقم الهوائي الفعّال في جهة الإرسال، تم تسمية الخوارزمية المُعدّلة (L-ML)، وقد أظهرت نتائج المحاكاة أنّ الخوارزمية المقترحة أعطت تحسناً في قيمة معدل الخطأ بالمقارنة مع الخوارزمية (M-ML)، علماً إلى أنّ كلا الخوارزميتين لهما قيمة التعقيد الحسابي نفسه، تم التحقق من نتائج الخوارزمية المقترحة (L-ML) بالمحاكاة باستخدام برنامج ماتلاب.

الكلمات الدالة: التعديل الفراغي (SM)، مخطط الكوكبة (M-PSK)، مخطط الكوكبة (M-QAM)، كاشف الأرجحية العظمى (ML)، الخوارزمية (M-ML)، الخوارزمية (L-ML).

1- المقدمة

يؤدي توظيف تقنية تعدد المداخل والمخارج، والمسماة Multiple Input Multiple Output (MIMO)، والتي سنطلق عليها تجاوزاً الأنظمة متعددة الهوائيات في أنظمة الاتصالات اللاسلكية إلى زيادة خطية في معدل الإرسال [1-3]، من خلال استخدام تقنية التضمين الفراغي Spatial Multiplexing، وهذه الزيادة تتناسب مع العدد الأصغر من أعداد الهوائيات في المرسل والمستقبل [1-2]، وتؤدي الأنظمة المتعددة الهوائيات إلى تحسين الوثوقية [3] من خلال استخدام تقنية التنوع Diversity، وذلك بسبب تحسن نسبة الإشارة إلى الضجيج، وبالتالي زيادة مجال التغطية في أنظمة الاتصالات الخلوية [1]، ويمكن لأنظمة الاتصالات اللاسلكية متعددة الهوائيات، أن تعطي تحسناً إضافياً عند إجراء التكيف المناسب لإشارة الإرسال من خلال استخدام تقنية تشكيل الحزمة Beam forming، وذلك بشرط توفر معلومات عن حالة القناة عند المرسل [2] Channel State Information Transmitter (CSIT).

تستفيد أنظمة الاتصالات اللاسلكية متعددة المداخل والمخارج من تعدد الهوائيات في كل من طرفي الاتصال المرسل والمستقبل، والمبدأ الأساسي لـ MIMO، هو إن الإشارات المرسلة من كل هوائيات الإرسال، يتم استقبالها على كل هوائي

استقبال، فيتم بذلك تقليل احتمال حدوث الخفوت العميق، مما يؤدي إلى تقليل احتمال انقطاع الخدمة outage probability، وبالتالي ينحسن الأداء على وفق معدل الخطأ (BER) Bit Error Rate، أو على وفق معدل نقل المعطيات، طبقاً للتقنية المتبعة في توظيف تعدد الهوائيات.

٢- مشكلة الدراسة

في أنظمة MIMO، احدى التقنيات الحديثة المتبعة لزيادة الفعالية الطيفية وتقليل التعقيد في المرسل والمستقبل هي تقنية التعديل الفراغي (Spatial Modulation (SM)، ويعد كاشف الأرجحية العظمى (ML) من الكواشف الأمثلية والمستخدم في الكشف في تقنية التعديل الفراغي، إلا أن مشكلة هذا الكاشف له تعقيد حسابي كبير، تعدد الخوارزمية (M-ML) من الكواشف ذات التعقيد الحسابي المنخفض بالمقارنة مع كاشف الأرجحية العظمى إلا أن أدائها أقل من أداء كاشف الأرجحية العظمى، وتعد الخوارزمية المقترحة (L-ML) من الكواشف ذات أداء أفضل من الخوارزمية (M-ML)، ويمكن صياغة مشكلة الدراسة في التساؤلات الآتية :

أ- كيف يمكننا تقليل التعقيد الحسابي في عملية الكشف لأنظمة التعديل الفراغي؟

ب- كيف يتم اقتراح خوارزميات كشف ذات تعقيد حسابي مخفض بالمقارنة مع الكاشف الأمثل (كاشف الأرجحية العظمى (ML) وتحسين أداء نظام الاتصالات من خلال خفض معدل الخطأ للنظام (BER)؟

٣- أهداف الدراسة

تهدف الدراسة إلى تحقيق ما يلي:

أ- دراسة الخوارزمية (M-ML) وتحليلها، الذي تعتمد على كاشف الأرجحية العظمى (ML) لتقنية التعديل الفراغي واستنتاج الصيغة الرياضية المعبرة عن تعقيد تنفيذ هذه الخوارزمية.

ب- اقتراح خوارزمية كشف جديدة (L-ML) لأنظمة التعديل الفراغي والمُحسنة لإداء الخوارزمية (M-ML).

ت- المقارنة من ناحية معدل الخطأ لكلا الخوارزميتين.

٤- الدراسات السابقة

أ- دراسة (2015) Tina Zengshan, Li Zhe, Zhou Mu, and Yang Xiaobo، تناولت اقتراح خوارزمية كشف (M-Algorithm)، تعتمد على الكاشف الأمثل لأنظمة التعديل الفراغي، وطُبقت الدراسة على أنظمة التعديل الرقمية QPSK 16QAM ,64QAM [4].

ب- دراسة (2018) Zhang Xinhe, Zhang Yuehua, Liu Chang, and Jia Hanzhong، تناولت اقتراح خوارزمية كشف Modified Beam Search (MBS)، وطُبقت الدراسة على أنظمة التعديل الرقمية 16QAM ,64QAM [5].

ت- دراسة (2021) Bakkar Mohammad، تناولت اقتراح خوارزمية كشف جديدة (LC) لأنظمة التعديل الفراغي خاصة بأنظمة التعديل الرقمي (M-PSK)، وطُبقت الدراسة على أنظمة التعديل الرقمية 8PSK, 16PSK, QPSK [6].

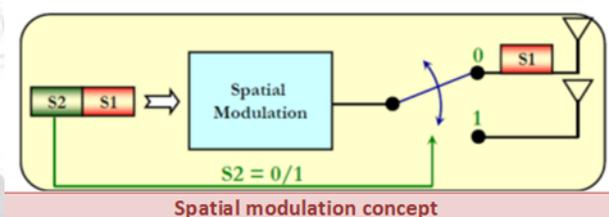
ث- دراسة (2021) Bakkar Mohammad، تناولت اقتراح خوارزمية كشف جديدة (LC-QAM) لأنظمة التعديل الفراغي خاصة بأنظمة التعديل الرقمي (M-QAM)، وطُبقت الدراسة على أنظمة التعديل الرقمية 16QAM [7].

٥- هيكلية الدراسة

تم تقسيم هذه الدراسة إلى أربعة مباحث، تناول المبحث الأول دراسة نظام التعديل الفراغي، بينما تطرّق المبحث الثاني إلى تقنيات الكشف في أنظمة التعديل الفراغي، والمبحث الثالث تناول تحليل التعقيد الحسابي لتقنيات الكشف في أنظمة التعديل الفراغي، وقد تناول المبحث الرابع حساب معدّل الخطأ لكل من الخوارزميات M-ML, L-ML.

٥.١ المبحث الأول- دراسة نظام التعديل الفراغي Spatial Modulation

يقوم التعديل الفراغي بتفعيل هوائي إرسال وحيد في كل لحظة إرسال، وذلك بحسب معلومات المدخل، وبوضوح أكثر فإن تسلسل خانات المعلومات المرسل مرتبطة برقم الهوائي، وتتم الاستفادة من استقلال قنوات المرتبطة بهوائيات الإرسال، وكمثال عليها نذكر مثلاً التعديل بإزاحة المكان (SSK) Space Shift Keying [8-9]. وعلى الرغم من أن الخرج (الفعالية الطيفية) يزداد فقط لغاريتمياً مع عدد هوائيات الإرسال [1,10]، فإن التعديل الفراغي قادر على خفض تعقيد كل من المرسل والمستقبل. وكذلك الوصول إلى فعالية طيفية عالية بمساعدة عدد كبير وكافٍ من الهوائيات [1,10-12]. يمثل الشكلان (١) و (٢) توضيحاً لمبدأ التعديل الفراغي [13].

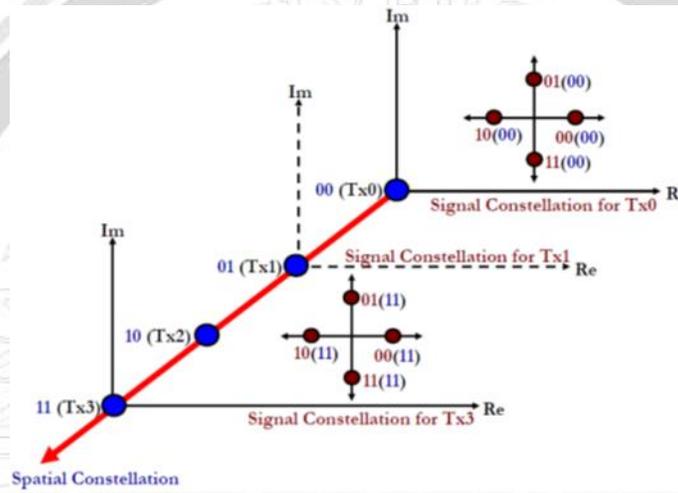


الشكل ١: مبدأ التعديل الفراغي لهوائيين في المرسل [9]

من الشكل (١)، والذي يُعبّر عن التعديل BPSK، بحيث نتعامل مع خانتين متعاقبتين من تسلسل معطيات الدخل، الخانة الأولى تحدد رقم الهوائي الذي سوف تُرسل عليه الخانة الثانية، فمثلاً إذا كانت قيمة الخانة الأولى (0) تُرسل قيمة الخانة الثانية (0) أو (1) على الهوائي الأول، أما إذا كانت قيمة الخانة الأولى هي (1) تُرسل قيمة الخانة الثانية (0) أو (1) على الهوائي الثاني.

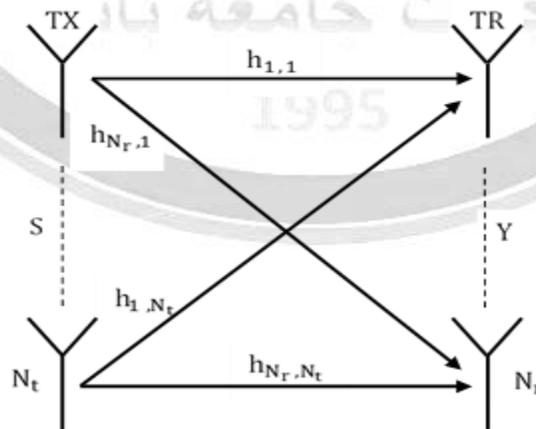
من الشكل (٢)، والذي يُعبّر عن التعديل QPSK، بحيث نتعامل مع أربع خانات متعاقبة من تسلسل معطيات الدخل، الخانات الأولى والثانية تحدد رقم الهوائي، الذي سوف تُرسل عليه الخانات الثالثة والرابعة، فمثلاً إذا كانت الخانات

الأولى والثانية هي (00) تُرسل الخانات الثالثة والرابعة على الهوائي الأول، وإذا كانت الخانات الأولى والثانية هي (01)، تُرسل الخانات الثالثة والرابعة على الهوائي الثاني، وإذا كانت الخانات الأولى والثانية هي (10)، تُرسل الخانات الثالثة والرابعة على الهوائي الثالث، وإذا كانت الخانات الأولى والثانية هي (11)، تُرسل الخانات الثالثة والرابعة على الهوائي الرابع، وبالتالي في كل لحظة زمنية تُرسل المعطيات فقط على هوائي واحد وتبقى الهوائيات الأخرى بدون إرسال. نلاحظ أنّ هذه التقنية تحقق فعالية طيفية لنظام الاتصال وخاصة عند زيادة عدد هوائيات الإرسال. فمثلاً في الشكل (١) نرسل خانة واحدة ونستقبل خانتين أما في الشكل (٢)، فإننا نرسل خانتين ونستقبل أربع خانات، فقط مطلوب من المستقبل أن يكشف رقم الهوائي المُرسَل للرمز المستقبل. وتوجد خوارزميات كشف عدّة تُستخدم في هذه التقنية.



الشكل ٢: مبدأ التعديل الفراغي لأربعة هوائيات إرسال [9]

يبين الشكل (٣) نموذج القناة في أنظمة الـ MIMO والمؤلف من N_t مرسل و N_r مستقبل كما يلي:



الشكل ٣: نموذج القناة في أنظمة الـ MIMO (المصدر: إعداد الباحث)

بفرض أنّ القناة مسطحة عندئذ يُعبّر عن علاقة شعاع الرموز المستقبلية بالصيغة الرياضية الآتية [4,14-15]:

$$y = Hx + n = Hs + n \quad (1)$$

y : شعاع الرموز المستقبلية ذي الأبعاد $1 \times N_r$ ، H : هي مصفوفة القناة ذات الأبعاد $N_r \times N_t$ وتعطى بالعلاقة الرياضية الآتية:

$$H = \begin{pmatrix} h_{1,1} & \dots & h_{1,N_t} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_r,1} & \dots & h_{N_r,N_t} \end{pmatrix}$$

x : تمثل الشعاع المرسل ذي الأبعاد $1 \times N_t$ ، حيث يحتوي على رموز من مخطط الكوكبة (التوضّع) للتعديل الرقمي المستخدم، n : شعاع الضجيج الأبيض AWGN ذو الأبعاد $1 \times N_r$ ، S : شعاع الرموز المرسل ذو الأبعاد $1 \times N_t$ ، وقيمته هي من مجموعة رموز التعديل الرقمي $\{s_1, s_2, \dots, s_M\}$ ، M : رتبة التعديل الرقمي المستخدم.

في أنظمة التعديل الفراغي يكون هناك مرسل وحيد فعّال في حالة كل عملية إرسال وبالتالي يمكن التعبير عن العلاقة الرياضية (1) بالصيغة الآتية [4,14-15]:

$$y = h_i s + n \quad (2)$$

h_i : العمود i في مصفوفة القناة H والذي يُعبّر عن رقم الهوائي الفعّال في الإرسال.

٥.٢ المبحث الثاني- تقنيات الكشف في أنظمة التعديل الفراغي:

تتمتع أنظمة التعديل الفراغي بفعالية طيفية كبيرة وخاصة عند زيادة عدد هوائيات الإرسال، لأننا نقوم بتقسيم قطار المعطيات الرقمية في دخل المرسل إلى بلوكات من المعطيات بعدد قنوات متساوية، يعتمد طول كل بلوك على رتبة التعديل الرقمي وعدد هوائيات الإرسال ويعطى طول كل بلوك معطيات على وفق العلاقة الآتية [5,10,16]:

$$r = \log_2 N_t + \log_2 M \quad (\text{bits}) \quad (3)$$

r : عدد قنوات كل بلوك معطيات، يُعبّر عنها أيضاً بعدد القنوات المنقولة في قناة الاتصال bits per channel use (bpcu)، N_t : عدد هوائيات الإرسال، M : رتبة التعديل الرقمي، تستخدم عدد القنوات الأولى $\log_2 N_t$ لتحديد رقم الهوائي، الذي سيتم إرسال الرمز عليه، أمّا القنوات الثانية $\log_2 M$ ، فتستخدم لتحديد الرمز (من مخطط كوكبة الرموز) الذي سيتم إرساله على الهوائي الفعّال. بعد تشكيل بلوك المعطيات نقوم بإرسال الرمز المحدد بالمقطع الثاني من بلوك المعطيات على رقم الهوائي المحدد في المقطع الأول من نفس بلوك المعطيات في جهة المرسل، في جهة الاستقبال يتم كشف جزء المعطيات المرسل لكل بلوك والجزء الآخر من البلوك نفسه، والذي لم يرسل أصلاً يتم كشفه، والذي يُعبّر عن رقم الهوائي الفعّال في المرسل.

٥.٢.١ كاشف الأرجحية العظمى (Maximum Likelihood (ML):

يُعدّ كاشف الأرجحية العظمى من الكواشف الأمثلية في عملية الكشف، إلا أنه يعدّ من الكواشف التي لها تعقيد حسابي كبير، ويعطى بالعلاقة الرياضية الآتية [15]:

$$\hat{S} = \arg \min \|Y - HS\|_F^2 \quad (4)$$

في أنظمة التعديل الفراغي تستبدل H بـ h_i حيث h_i : تمثل ثوابت القناة في العمود i في المصفوفة H ، والتي تُعبّر عن ثوابت القناة بين هوائي الإرسال الفعّال i (رقم الهوائي الذي يتم عليه إرسال الرموز) وهوائيات الاستقبال كافة، F : هو نظيم فروبينوس Frobenius norm، كذلك تستبدل Y بـ y لأنها تتغير ببعدها وحيد في أنظمة التعديل الفراغي خلال فترة الاستقبال وبالتالي y هو شعاع، أما Y فهو مصفوفة ببعدين كل بعد أكبر من واحد.

كذلك في أنظمة التعديل الفراغي المطلوب كشف رقم الهوائي الفعّال مع الرمز المرسل عليه بحيث تصبح العلاقة (4) بالشكل الآتي [15]:

$$[\hat{i}, \hat{s}] = \arg \min_{i,s} (\|y - h_i s\|_F^2) \quad (5)$$

$$[\hat{i}, \hat{s}] = \arg \min_{i,s} \left\{ \sum_{j=1}^{N_r} |y_j - h_{j,i} s|^2 \right\} \quad (6)$$

٥.٢.٢ خوارزمية الكشف (M-ML) Algorithm بالاعتماد على كاشف الأرجحية العظمى (ML) [17]:

من العلاقة الرياضية (5) نجد أنّ عدد المناقشات الرياضية للحصول على القيمة الصغرى هو $N_r N_t M$ ، وبالتالي يكون عدد المناقشات الرياضية عند كل هوائي استقبال متساوية وعددها هو $N_t M$. من أجل نظام تعديل 16PSK أي $M = 16$ و كان $N_r = N_t = 4$ عندئذ تكون عدد المناقشات للحصول على القيمة الصغرى هو: $N_r N_t M = 4 \times 4 \times 16 = 256$ وبالتالي تكون عدد المناقشات على كل هوائي استقبال هو: $N_t M = 4 \times 16 = 64$.

تعتمد الخوارزمية M-ML على أنّ عدد المناقشات الرياضية للحصول على القيمة الصغرى هو حكماً أقل من $N_r N_t M$ ، وكذلك أيضاً عدد المناقشات الرياضية عند كل هوائي استقبال غير متساوية وهو أقل من $N_t M$ ، لنفرض أنّ عدد المناقشات الرياضية عند هوائي الاستقبال z هو L_z وبالتالي تكون عدد المناقشات الرياضية في تناقص بدءاً من الهوائي الأول إلى الهوائي الأخير على وفق العلاقات الرياضية (7) و (8):

$$L = [L_1, \dots, L_z, L_{z+1}, \dots, L_{N_r-1}, 1] \quad (7)$$

حيث:

$$1 \leq L_1 \leq N_t M \quad ; \quad L_{z+1} \leq L_z \quad (8)$$

تحدد قيم L ضمن الشروط أعلاه ولكن القيم المثالية لـ L يمكن الحصول عليها من التجارب الشاملة والمتقطعة (أي المنجزة بفترات زمنية متباعدة)، بفرض لدينا $N_t = N_r = 4$ ، سيتم اعتماد قيم L على وفق الآتي [17]:

$$L = [8, 4, 1]_{r=4} \quad \text{at} \quad \text{QPSK, 4QAM}$$

$$L = [12, 6, 4, 1]_{r=5} \quad \text{at} \quad \text{8PSK, 8QAM}$$

$$L = [12, 6, 4, 1]_{r=6} \quad \text{at} \quad \text{16PSK, 16QAM}$$

$$L = [32, 10, 4, 1]_{r=7} \quad \text{at} \quad \text{32PSK, 32QAM}$$

$$L = [64, 32, 16, 1]_{r=8} \quad \text{at} \quad \text{64PSK, 64QAM}$$

حيث: r : هي عدد البتات المنقولة في قناة الاتصال (bpcu) وتعطى بالعلاقة (3).

تسلسل حساب الخوارزمية M-ML للأنظمة SM ذات التعديل الرقمي [17]:

- Initialization

$$Q^0 = \{(i, s) \mid i \in [1, \dots, N_t]; s \in S\}$$

$$L = [L_1, \dots, L_j, L_{j+1}, \dots, L_{N_r-1}, 1]; \quad 1 \leq L_1 \leq N_t M; \quad L_{j+1} \leq L_j$$

- Algorithm

- For $j = 1: N_r$

- For $(i, s) \in Q^{j-1}$

$$\delta_{(i,s)}^j = |y_j - h_{j,i}s|^2$$

- End for

$$Q^j = \arg_{(i,s)} (L_j \text{ smallest } \delta_{(i,s)}^j)$$

- End for

$$(\hat{i}, \hat{s}) = Q^{N_r}$$

٥.٢.٣ اقتراح خوارزمية كشف جديدة (L-ML) Algorithm والمُحسنة لإداء الخوارزمية (M-ML):

تسلسل حساب الخوارزمية L-ML للأنظمة SM ذات التعديل الرقمي:

- Initialization

$$Q^0 = \{(i, s) \mid i \in [1, \dots, N_t]; s \in S\}$$

$$L = [L_1, \dots, L_j, L_{j+1}, \dots, L_{N_r-1}, 1]; \quad 1 \leq L_1 \leq N_t M; \quad L_{j+1} \leq L_j$$

$$add_{(i,s)} = 0 \quad i \in [1, \dots, N_t]; \quad s \in S$$



- Algorithm

- For $j = 1: N_r$

- For $(i, s) \in Q^{j-1}$

- $\delta_{(i,s)}^j = |y_j - h_{j,i}s|^2$

- End for

- $Q^j = \arg_{(i,s)} (L_j \text{ smallest } \delta_{(i,s)}^j)$

- $Q^j = \text{sort}(Q^j)$

- $Q_1^j = \min(Q^j)$ then $\text{add}_{(i,s)} = \text{add}_{(i,s)} + 1$
: i, s for Q_1^j only

- End for

- $\text{add}_{(i,s)} = \text{sort}(\text{add}_{(i,s)})$

- $(\hat{i}, \hat{s}) = \max(\text{add}_{(i,s)}) = \text{add}_{(i,s)}(M \times N_t)$

مثال (1): قمنا في هذا البحث بدراسة نظام 4×3 MIMO يستخدم تقنية الإرسال بالتعديل الفراغي لرموز معدلة رقمياً QPSK بتسلسل إرسال $q_t = [0011]$ ، عند ثوابت القناة H الآتية:

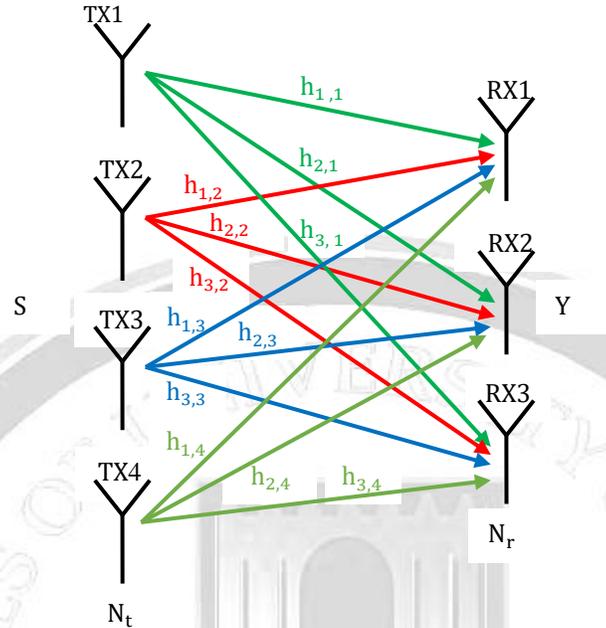
$$H = \begin{pmatrix} 0.42 + 0.03i & -0.3 + 0.06i & 1.62 + 0.07i & 1.09 + 0.28i \\ -0.8 - 0.09i & 0.39 - 0.22i & 0.83 - 0.33i & -0.7 - 0.1i \\ -1.2 + 0.20i & 1.39 - 0.01i & -0.59 + 0.1i & -1 + 0.88i \end{pmatrix}$$

تم دراسة عملية الكشف في جهة المستقبل و رسم البنية الشجرية للنظام وفق للخوارزمية (M-ML)، علماً أن channel

(CSI) state information معروفة عند المستقبل، $L = [8, 4, 1]_{r=4}$.

يبين الشكل (٤) نظام الإرسال المدروس 4×3 MIMO:

مجلات جامعة بابل
1995



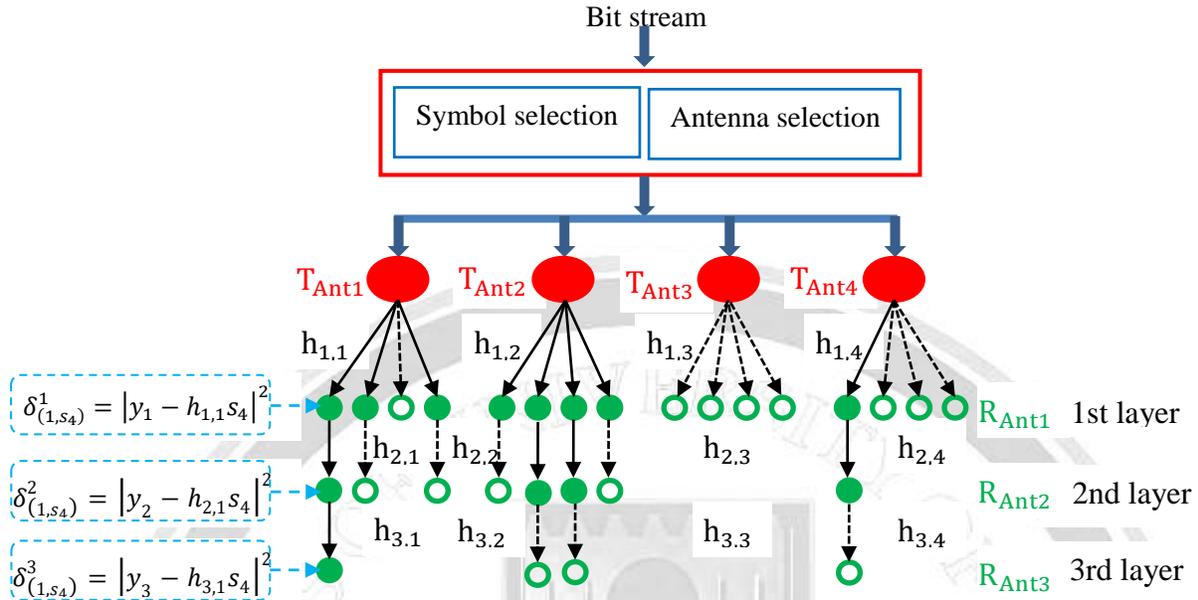
الشكل ٤: نظام الإرسال المدروس SM – MIMO 4 × 3 (المصدر: إعداد الباحث)

بتطبيق الخوارزمية (M-ML) على المثال (١) كانت نتائج الكشف كما هي مبينة بالجدول (١):

الجدول ١: نتائج الكشف للخوارزمية (M-ML) على المثال (١)

بارامترات الكشف	قيم بارامترات الكشف
Q^1	$\{(1, s_4); (2, s_2); (2, s_3); (2, s_1); (1, s_1); (1, s_3); (4, s_4); (2, s_4)\}$
Q^2	$\{(1, s_4); (4, s_4); (2, s_2); (2, s_3)\}$
Q^3	$Q^3 = \{(1, s_4)\}$
التسلسل المستقبل هو: $q_r = [0011]$ ، النتيجة: الهوائي الفعال هو الهوائي الأول والرمز المرسل عليه هو	

البنية الشجرية للخوارزمية (M-ML) للمثال (١): يبين الشكل (٥): البنية الشجرية للمثال (١):



الشكل ٥: البنية الشجرية للخوارزمية (M-ML) للنظام في المثال (١) (المصدر: إعداد الباحث)

مثال (٢): تم إعادة دراسة عملية الكشف للمثال (١) في جهة المستقبل وفق الخوارزمية المقترحة (L-ML).

بتطبيق الخوارزمية (L-ML) على المثال (١) كانت نتائج الكشف كما هي مبينة بالجدول (٢):

الجدول ٢: نتائج الكشف للخوارزمية (L-ML) على المثال (١)

بارامترات الكشف	قيم بارامترات الكشف
Q_1^1	$\{(1, s_4)\}$
Q_1^2	$\{(1, s_4)\}$
Q_1^3	$\{(1, s_4)\}$
$q_r = [0011]$ ، التسلسل المستقبل هو: s_4 النتيجة: الهوائي الفعّال هو الهوائي الأول والرمز المرسل عليه هو	

٥.٣ المبحث الثالث- تحليل التعقيد الحسابي لتقنيات الكشف في أنظمة التعديل الفراغي:

٥.٣.١ الكاشف (M-ML) [17]:

عدد عمليات الضرب لتنفيذ الخوارزمية M-ML هو:

$$6N_t M + \sum_{j=1}^{N_r-1} 6L_j$$

في المثال (١) لدينا $N_t = 4$, $N_r = 3$ ، ونظام التعديل الرقمي هو QPSK وقيم L هي: $L = [8, 4, 1]_{r=4}$ ، وبالتالي يكون عدد عمليات الضرب لتنفيذ الخوارزمية M-ML هو:

$$6N_tM + \sum_{j=1}^{N_r-1} 6L_j = 6N_tM + 6 \times (L_1 + L_2)$$

$$= 6 \times 4 \times 4 + 6 \times (8 + 4) = 168$$

في حين تكون عدد عمليات الضرب لتنفيذ خوارزمية الأرجحية العظمى ML للمثال (١) هي:

$$\text{ML: } 6N_rN_tM = 6 \times 3 \times 4 \times 4 = 288$$

٥.٣.٢ الكاشف (L-ML):

عدد عمليات الضرب لتنفيذ الخوارزمية L-ML هو:

$$6N_tM + \sum_{j=1}^{N_r-1} 6L_j$$

في المثال (٢) لدينا $N_t = 4$, $N_r = 3$ ، ونظام التعديل الرقمي هو QPSK وقيم L هي: $L = [8, 4, 1]_{r=4}$ ، وبالتالي يكون عدد عمليات الضرب لتنفيذ الخوارزمية L-ML هو:

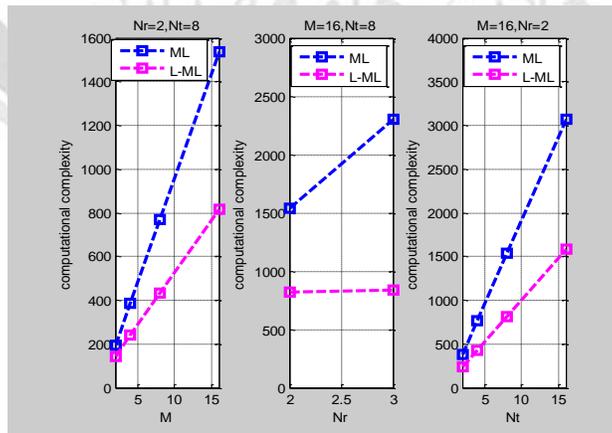
$$6N_tM + \sum_{j=1}^{N_r-1} 6L_j = 6N_tM + 6 \times (L_1 + L_2)$$

$$= 6 \times 4 \times 4 + 6 \times (8 + 4) = 168$$

وبالتالي التعقيد الحسابي لكلا الكاشفين M-ML ، L-ML هو نفسه.

ومن أجل البارامترات الآتية: $M = 2,4,8,16$; $N_t = 2,4,8,16$; $N_r = 2,3$ ، يبين الشكل (٦) عمليات التعقيد

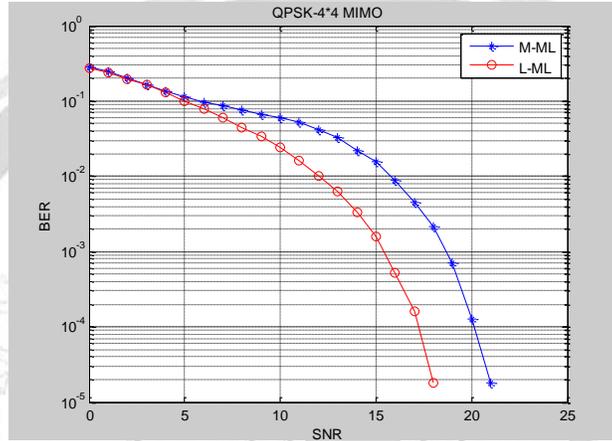
الحسابية لتنفيذ الخوارزميتين ML ، L-ML .



الشكل ٦: التعقيد الحسابي لتنفيذ الخوارزميتين ML ، L-ML للنظام 16PSK (المصدر: إعداد الباحث)

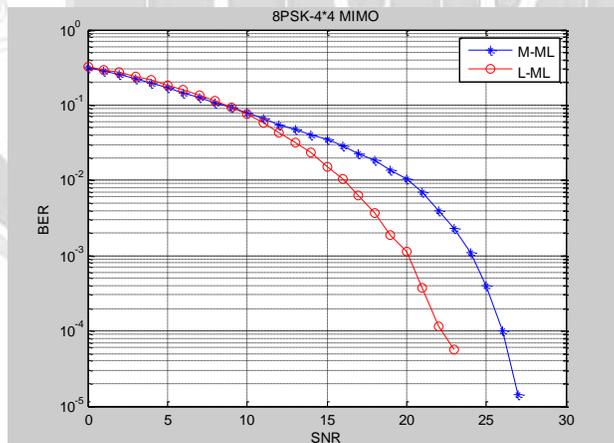
٥.٤ المبحث الرابع- حساب معدّل الخطأ لكل من الخوارزميتين M-ML ، L- ML للأنظمة SM ذات التعديل الرقمي:

تم التحقق من أداء الخوارزمية L-ML على أنظمة التعديل الرقمية QPSK, 8PSK, 16PSK باستخدام البارامترات: $N_r = 4, N_t = 4$ في قناة خفوت رايلي المسطحة والمقارنة مع أداء الخوارزمية M-ML، حيث تم حساب معدّل خطأ البت BER مع نسبة الإشارة إلى الضجيج SNR، كما هو مبين بالأشكال من (٧) حتى الشكل (٩).



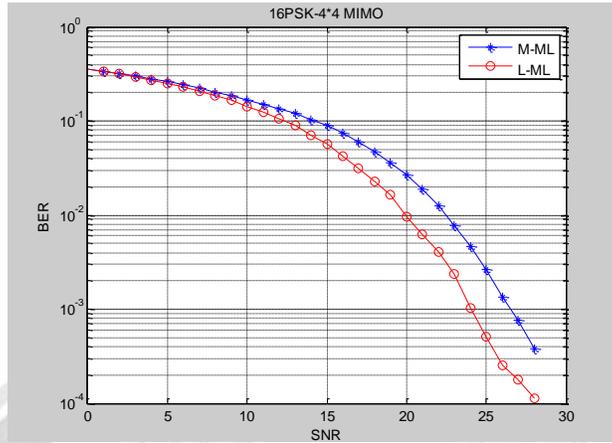
الشكل ٧: منحنى الأداء لكلتا الخوارزميتين M-ML ، L-ML للنظام 4*4 MIMO - QPSK

(المصدر: إعداد الباحث)



الشكل ٨: منحنى الأداء لكلتا الخوارزميتين M-ML ، L-ML للنظام 4*4 MIMO - 8PSK

(المصدر: إعداد الباحث)



الشكل ٩: منحنى الأداء لكلتا الخوارزميتين M-ML , L-ML للنظام 4*4 MIMO – 16PSK

(المصدر: إعداد الباحث)

٦- مناقشة النتائج

تشير نتائج الدراسة والمحاكاة لكلتا الخوارزميتين M-ML ، L-ML ، المطبقة على النظام MIMO-SM، وذلك باستخدام برنامج Matlab إلى النتائج الآتية:

- أ- بينت النتائج أنّ كلتا الخوارزميتين M-ML ، L-ML لهما التعقيد الحسابي نفسه، من حيث عدد عمليات الضرب الحسابية، لتنفيذ كل خوارزمية.
- ب- تم إجراء محاكاة لكلتا الخوارزميتين M-ML ، L-ML وتم اختبارهما على النظام MIMO-SM 4*4، على أنظمة التعديل الرقمية 16PSK, 8PSK, QPSK، وقد بينت النتائج أنّ الخوارزمية L-ML تقدّم ربحاً مقداره: 2.5dB ، 3.4dB ، 3.25dB على الترتيب، بالمقارنة مع الخوارزمية M-ML عند معدّل خطأ $BER=10^{-3}$.

٧- التوصيات

بناءً على النتائج التي تم التوصل إليها، توصي الدراسة بالآتي:

- أ- نوصي مخابر البحث العلمي المتخصصة بتقييم أداء هذه الخوارزمية بشكل عملي.
- ب- تطبيق الخوارزمية على أنظمة Massive MIMO المستخدمة في أنظمة الجيل الخامس (5G).



٨ - المصادر

- [1] YANG,D. "Closed-Loop Multiple Antenna Aided Wireless Communications Using Limited Feedback", A thesis for the degree of Doctor of Philosophy, University of Southampton, 192p, 2010 .
- [2] TELATAR, I. E. "Capacity of multi-antenna Gaussian channels", European Transactions on Telecommunications, vol. 10, pp. 585–595, 1999.
- [3] HANZO L., ALAMRI O., EL-HAJJAR M., and WU N. "Near-Capacity Multi-Functional MIMO Systems: Sphere-Packing, Iterative Detection and Cooperation", John Wiley & Sons Ltd, 718p, 2009.
- [4] TIAN T., LI Z., ZHOU M., and YANG X. "M-Algorithm-Based Optimal Detectors for Spatial Modulation", Journal of Communications Vol. 10, No. 4, pp. 245–251, April 2015.
- [5] ZHANG X., ZHANG Y., LIU C., and JIA H. "Low-Complexity Detection Algorithms for Spatial Modulation MIMO Systems ", Hindawi, Journal of Electrical and Computer Engineering, pp. 1–7, November 2018.
- [6] BAKKAR M. "Optimum detection for Multiple Input - Multiple Output systems in spatial modulation systems with M-PSK constellation", Damascus University Journal for Engineering Science, Damascus, Vol. 37, No. 1, pp. 19–29, 2021.
- [7] BAKKAR M. "Optimum detection for Multiple Input - Multiple Output systems in spatial modulation systems with M-QAM constellation", Journal of Arab Universities Union for Studies and Research Engineering, Baghdad, Vol. 28, No. 4, pp. 96–104, 2021.
- [8] RENZO M. D., HAAS H., GHRAYEB A., SUGIURA S., and HANZO L. "Spatial Modulation for Multiple–Antenna Communication", Wiley encyclopedia of the IEEE, pp. 1–26, 2015.
- [9] CHAU Y., and YU S. "Space modulation on wireless fading channels", IEEE Veh. Technol. Conf.-Fall, pp. 1668–1671, 2001.
- [10] MESLEH R. Y., HAAS H., SINANOVIC S., AHN C.W., and YUN S. " Spatial Modulation", IEEE transactions on vehicular technology, vol. 57, no. 4, pp. 2228–2241, July 2008.
- [11] JEGANATHAN J., GHRAYEB A., SZCZECINSKI L., and CERON A. "Space shift keying modulation for MIMO channels", IEEE Transactions on Wireless Communications, vol. 8, no. 7, pp. 3692–3703, July 2009.
- [12] MESLEH R., HAAS H., AHN C. W., and YUN S. "Spatial modulation - a new low complexity spectral efficiency enhancing technique", in First International Conference on Communications and Networking in China,(Beijing), pp. 1–5, Oct. 2006.
- [13] RENZO D. R., HAAS H., and GHRAYEB A. "spatial modulation for MIMO wireless systems", IEEE wireless communications and networking conference WCNC 2013,Shanghai,China, April 7-10-2013.



- [14] RAJASHEKAR R., HARI K. V. S., and HANZO L. "Reduced-Complexity ML Detection and Capacity-Optimized Training for Spatial Modulation Systems", IEEE Transactions on Communications, pp. 1–14, January 2014.
- [15] ZHANG X., ZHAO G., LIU Q., ZHAO N., and JIN M. "Enhanced M-algorithm-based Maximum Likelihood Detectors for Spatial Modulation", Int. J. Electron. Communications. (AEÜ), pp. 1361–1367, 2016.
- [16] DATTA T., and CHOCKALINGAM A. "On Generalized Spatial Modulation", IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC): PHY, pp. 2753–2758, 2013.
- [17] JIANHONG Z., XIAOBO Y., and ZHE L. "Low-complexity detection method for Spatial Modulation based on M-algorithm", ELECTRONICS LETTERS 9th, vol. 50, No. 21, pp. 1552–1554, October 2014.

ملحق ١

الحل التفصيلي لكلا المثالين (١) و (٢) الواردين في متن البحث:

حل المثال (١):

في تقنية الإرسال بالتعديل الفراغي ومن البلوك المراد إرساله $q_t = [0011]$ ، أول خانتين يحددان رقم الهوائي الفعّال وكون أول خانتين هما [00] فإن الهوائي الفعّال، هو الهوائي الأول، وتكون $h_i = h_1$ وتعطى قيمتها بالعمود الأول من المصفوفة H على وفق الآتي:

$$h_1 = \begin{pmatrix} 0.42 + 0.03i \\ -0.8 - 0.09i \\ -1.2 + 0.20i \end{pmatrix}$$

و الخانتان الثانية والثالثة هما [11] تحددان الرمز المرسل من مخطط التوضع للتعديل QPSK، وبالتالي الرمز المرسل هو $s_4 = 0.7071 - 0.7071i$.

في الاستقبال:

من العلاقة (٢) ويتجاهل الضجيج الأبيض تكون الإشارة المستقبلية وفق العلاقة الآتية:

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}_i s = h_1 s_4 \Rightarrow \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.42 + 0.03i \\ -0.8 - 0.09i \\ -1.2 + 0.20i \end{pmatrix} \times (0.7071 - 0.7071i)$$

الإشارة المستقبلية عند الهوائي الأول تعطى بالعلاقة (1,1):

$$y_1 = h_{1,1} s_4 \quad (1,1)$$

$$y_1 = (0.42 + 0.03i) \times (0.7071 - 0.7071i)$$



$$y_1 = 0.318 - 0.276i$$

الإشارة المستقبلية عند الهوائي الثاني تعطى بالعلاقة (1,2):

$$y_2 = h_{2,1} s_4 \quad (1,2)$$

$$y_2 = (-0.8 - 0.09i) \times (0.7071 - 0.7071i)$$

$$y_2 = -0.629 + 0.502i$$

الإشارة المستقبلية عند الهوائي الثالث تعطى بالعلاقة (1,3):

$$y_3 = h_{3,1} s_4 \quad (1,3)$$

$$y_3 = (-1.2 + 0.20i) \times (0.7071 - 0.7071i)$$

$$y_3 = -0.7071 + 0.990i$$

وبالتالي الإشارة المستقبلية نكتب على وفق العلاقة (1,4):

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.318 - 0.276i \\ -0.629 + 0.502i \\ -0.7071 + 0.990i \end{pmatrix} \quad (1,4)$$

أو نكتب بالصيغة الآتية:

$$\mathbf{y} = (y_1 \ y_2 \ y_3)^T = (0.318 - 0.276i \quad -0.629 + 0.502i \quad -0.7071 + 0.990i)^T$$

في عملية الكشف في جهة الاستقبال وبالاعتماد على الخوارزمية (M-ML) نجد:

$$Q^0 = \{(i, s) \mid i \in [1, \dots, N_t]; s \in S\}$$

$$Q^0 = \{(1, s_1); (1, s_2); (1, s_3); (1, s_4); (2, s_1); (2, s_2); (2, s_3); (2, s_4); (3, s_1); (3, s_2); (3, s_3); (3, s_4); (4, s_1); (4, s_2); (4, s_3); (4, s_4)\}$$

أ- نحدد المناقشات الرياضية عند هوائي الاستقبال الأول $j = 1$ اعتماداً على عناصر المجموعة Q^0 على وفق

$$\delta_{(i,s)}^j = |y_j - h_{j,i} s|^2$$

$$\delta_{(1,s_1)}^1 = |y_1 - h_{1,1} s_1|^2$$

$$\delta_{(1,s_1)}^1 = |0.318 - 0.276i - (0.42 + 0.03i)(0.7071 + 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(1,s_1)}^1 = |0.042 - 0.594i|^2 = 0.355$$

$$\delta_{(1,s_2)}^1 = |y_1 - h_{1,1} s_2|^2$$



$$\delta_{(1,s_2)}^1 = |0.318 - 0.276i - (0.42 + 0.03i)(-0.7071 + 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(1,s_2)}^1 = |0.636 - 0.552i|^2 = 0.709$$

$$\delta_{(1,s_3)}^1 = |y_1 - h_{1,1}s_3|^2$$

$$\delta_{(1,s_3)}^1 = |0.318 - 0.276i - (0.42 + 0.03i)(-0.7071 - 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(1,s_3)}^1 = |0.594 + 0.042i|^2 = 0.355$$

$$\delta_{(1,s_4)}^1 = |y_1 - h_{1,1}s_4|^2$$

$$\delta_{(1,s_4)}^1 = |0.318 - 0.276i - (0.42 + 0.03i)(0.7071 - 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(1,s_4)}^1 = |0 + 0i|^2 = 0$$

$$\delta_{(2,s_1)}^1 = |y_1 - h_{1,2}s_1|^2$$

$$\delta_{(2,s_1)}^1 = |0.318 - 0.276i - (-0.3 + 0.06i)(0.7071 + 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(2,s_1)}^1 = |0.572 - 0.106i|^2 = 0.338$$

$$\delta_{(2,s_2)}^1 = |y_1 - h_{1,2}s_2|^2$$

$$\delta_{(2,s_2)}^1 = |0.318 - 0.276i - (-0.3 + 0.06i)(-0.7071 + 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(2,s_2)}^1 = |0.148 - 0.021i|^2 = 0.022$$

$$\delta_{(2,s_3)}^1 = |y_1 - h_{1,2}s_3|^2$$

$$\delta_{(2,s_3)}^1 = |0.318 - 0.276i - (-0.3 + 0.06i)(-0.7071 - 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(2,s_3)}^1 = |0.063 - 0.446i|^2 = 0.203$$

$$\delta_{(2,s_4)}^1 = |y_1 - h_{1,2}s_4|^2$$

$$\delta_{(2,s_4)}^1 = |0.318 - 0.276i - (-0.3 + 0.06i)(0.7071 - 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(2,s_4)}^1 = |0.488 - 0.530i|^2 = 0.519$$

$$\delta_{(3,s_1)}^1 = |y_1 - h_{1,3}s_1|^2$$



$$\delta_{(3,s_1)}^1 = |0.318 - 0.276i - (1.62 + 0.07i)(0.7071 + 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(3,s_1)}^1 = |-0.778 - 1.471i|^2 = 2.769$$

$$\delta_{(3,s_2)}^1 = |y_1 - h_{1,3}s_2|^2$$

$$\delta_{(3,s_2)}^1 = |0.318 - 0.276i - (1.62 + 0.07i)(-0.7071 + 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(3,s_2)}^1 = |1.513 - 1.372i|^2 = 4.171$$

$$\delta_{(3,s_3)}^1 = |y_1 - h_{1,3}s_3|^2$$

$$\delta_{(3,s_3)}^1 = |0.318 - 0.276i - (1.62 + 0.07i)(-0.7071 - 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(3,s_3)}^1 = |1.414 + 0.919i|^2 = 2.844$$

$$\delta_{(3,s_4)}^1 = |y_1 - h_{1,3}s_4|^2$$

$$\delta_{(3,s_4)}^1 = |0.318 - 0.276i - (1.62 + 0.07i)(0.7071 - 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(3,s_4)}^1 = |-0.877 + 0.820i|^2 = 1.441$$

$$\delta_{(4,s_1)}^1 = |y_1 - h_{1,4}s_1|^2$$

$$\delta_{(4,s_1)}^1 = |0.318 - 0.276i - (1.09 + 0.28i)(0.7071 + 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(4,s_1)}^1 = |-0.255 - 1.245i|^2 = 1.615$$

$$\delta_{(4,s_2)}^1 = |y_1 - h_{1,4}s_2|^2$$

$$\delta_{(4,s_2)}^1 = |0.318 - 0.276i - (1.09 + 0.28i)(-0.7071 + 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(4,s_2)}^1 = |1.287 - 0.849i|^2 = 2.377$$

$$\delta_{(4,s_3)}^1 = |y_1 - h_{1,4}s_3|^2$$

$$\delta_{(4,s_3)}^1 = |0.318 - 0.276i - (1.09 + 0.28i)(-0.7071 - 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(4,s_3)}^1 = |0.891 + 0.693i|^2 = 1.274$$

$$\delta_{(4,s_4)}^1 = |y_1 - h_{1,4}s_4|^2$$



$$\delta_{(4,s_4)}^1 = |0.318 - 0.276i - (1.09 + 0.28i)(0.7071 - 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(4,s_4)}^1 = |-0.651 + 0.297i|^2 = 0.512$$

نحدد عناصر المجموعة Q^1 وفق العلاقة الرياضية الآتية:

$$Q^1 = \arg_{(i,s)} \left(8 \text{ smallest} \begin{pmatrix} \delta_{(1,s_1)}^1 & \delta_{(1,s_2)}^1 & \delta_{(1,s_3)}^1 & \delta_{(1,s_4)}^1 \\ \delta_{(2,s_1)}^1 & \delta_{(2,s_2)}^1 & \delta_{(2,s_3)}^1 & \delta_{(2,s_4)}^1 \\ \delta_{(3,s_1)}^1 & \delta_{(3,s_2)}^1 & \delta_{(3,s_3)}^1 & \delta_{(3,s_4)}^1 \\ \delta_{(4,s_1)}^1 & \delta_{(4,s_2)}^1 & \delta_{(4,s_3)}^1 & \delta_{(4,s_4)}^1 \end{pmatrix} \right)$$

$$Q^1 = \arg_{(i,s)} \left(8 \text{ smallest} \begin{pmatrix} 0.355 & 0.709 & 0.355 & 0 \\ 0.338 & 0.022 & 0.203 & 0.519 \\ 2.769 & 4.171 & 2.844 & 1.441 \\ 1.615 & 2.377 & 1.274 & 0.512 \end{pmatrix} \right)$$

$$Q^1 = \{(1, s_4); (2, s_2); (2, s_3); (2, s_1); (1, s_1); (1, s_3); (4, s_4); (2, s_4)\}$$

ب- نحدد المناقشات الرياضية عند هوائي الاستقبال الثاني $z = 2$ اعتماداً على عناصر المجموعة Q^1 على وفق العلاقة الرياضية $\delta_{(i,s)}^j = |y_j - h_{j,i}s|^2$:

$$\delta_{(1,s_4)}^2 = |y_2 - h_{2,1}s_4|^2$$

$$\delta_{(1,s_4)}^2 = |-0.629 + 0.502i - (-0.8 - 0.09i)(0.7071 - 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(1,s_4)}^2 = |0 + 0|^2 = 0$$

$$\delta_{(2,s_2)}^2 = |y_2 - h_{2,2}s_2|^2$$

$$\delta_{(2,s_2)}^2 = |-0.629 + 0.502i - (0.39 - 0.22i)(-0.7071 + 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(2,s_2)}^2 = |-0.509 + 0.071|^2 = 0.264$$

$$\delta_{(2,s_3)}^2 = |y_2 - h_{2,2}s_3|^2$$

$$\delta_{(2,s_3)}^2 = |-0.629 + 0.502i - (0.39 - 0.22i)(-0.7071 - 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(2,s_3)}^2 = |-0.198 + 0.622|^2 = 0.426$$

$$\delta_{(2,s_1)}^2 = |y_2 - h_{2,2}s_1|^2$$

$$\delta_{(2,s_1)}^2 = |-0.629 + 0.502i - (0.39 - 0.22i)(0.7071 + 0.7071i)|^2$$



$$\delta_{(2,s_1)}^2 = |-1.060 + 0.382|^2 = 1.269$$

$$\delta_{(1,s_1)}^2 = |y_2 - h_{2,1}s_1|^2$$

$$\delta_{(1,s_1)}^2 = |-0.629 + 0.502i - (-0.8 - 0.09i)(0.7071 + 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(1,s_1)}^2 = |-0.127 + 1.131|^2 = 1.295$$

$$\delta_{(1,s_3)}^2 = |y_2 - h_{2,1}s_3|^2$$

$$\delta_{(1,s_3)}^2 = |-0.629 + 0.502i - (-0.8 - 0.09i)(-0.7071 - 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(1,s_3)}^2 = |-1.131 - 0.127|^2 = 1.295$$

$$\delta_{(4,s_4)}^2 = |y_2 - h_{2,4}s_4|^2$$

$$\delta_{(4,s_4)}^2 = |-0.629 + 0.502i - (-0.7 - 0.1i)(0.7071 - 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(4,s_4)}^2 = |-0.063 + 0.078i|^2 = 0.010$$

$$\delta_{(2,s_4)}^2 = |y_2 - h_{2,2}s_4|^2$$

$$\delta_{(2,s_4)}^2 = |-0.629 + 0.502i - (0.39 - 0.22i)(0.7071 - 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(2,s_4)}^2 = |-0.749 + 0.933i|^2 = 1.431$$

نحدد عناصر المجموعة Q^2 على وفق العلاقة الرياضية الآتية:

$$Q^2 = \arg_{(i,s)} \left(4 \text{ smallest} \begin{pmatrix} \delta_{(1,s_4)}^2 & \delta_{(2,s_2)}^2 & \delta_{(2,s_3)}^2 & \delta_{(2,s_1)}^2 \\ \delta_{(1,s_1)}^2 & \delta_{(1,s_3)}^2 & \delta_{(4,s_4)}^2 & \delta_{(2,s_4)}^2 \end{pmatrix} \right)$$

$$Q^2 = \arg_{(i,s)} \left(4 \text{ smallest} \begin{pmatrix} 0 & 0.264 & 0.426 & 1.269 \\ 1.295 & 1.295 & 0.010 & 1.431 \end{pmatrix} \right)$$

$$Q^2 = \{(1, s_4); (4, s_4); (2, s_2); (2, s_3)\}$$

ت- نحدد المناقشات الرياضية عند هوائي الاستقبال الثالث $z = 3$ اعتماداً على عناصر المجموعة Q^2 على وفق العلاقة

$$\delta_{(i,s)}^j = |y_j - h_{j,i}s|^2$$

$$\delta_{(1,s_4)}^3 = |y_3 - h_{3,1}s_4|^2$$

$$\delta_{(1,s_4)}^3 = |-0.7071 + 0.990i - (-1.2 + 0.20i)(0.7071 - 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(1,s_4)}^3 = |0 + 0|^2 = 0$$

$$\delta_{(4,s_4)}^3 = |y_3 - h_{3,4}s_4|^2$$

$$\delta_{(4,s_4)}^3 = |-0.7071 + 0.990i - (-1 + 0.88i)(0.7071 - 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(4,s_4)}^3 = |-0.622 - 0.339i|^2 = 0.502$$

$$\delta_{(2,s_2)}^3 = |y_3 - h_{3,2}s_2|^2$$

$$\delta_{(2,s_2)}^3 = |-0.7071 + 0.990i - (1.39 - 0.01i)(-0.7071 + 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(2,s_2)}^3 = |0.268 + 0.00006i|^2 = 0.072$$

$$\delta_{(2,s_3)}^3 = |y_3 - h_{3,2}s_3|^2$$

$$\delta_{(2,s_3)}^3 = |-0.7071 + 0.990i - (1.39 - 0.01i)(-0.7071 - 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(2,s_3)}^3 = |0.282 + 1.966i|^2 = 3.945$$

نحدد عناصر المجموعة Q^3 وفق العلاقة الرياضية الآتية:

$$Q^3 = \arg_{(i,s)} \left(1 \text{ smallest } \left(\delta_{(1,s_4)}^3 \quad \delta_{(4,s_4)}^3 \quad \delta_{(2,s_2)}^3 \quad \delta_{(2,s_3)}^3 \right) \right)$$

$$Q^3 = \arg_{(i,s)} \left(1 \text{ smallest } (0 \quad 0.502 \quad 0.072 \quad 3.945) \right)$$

$$Q^3 = \{(1, s_4)\}$$

نستنتج مما سبق أن الهوائي الفعّال هو الهوائي الأول والرمز المرسل عليه هو s_4 وبالتالي يكون التسلسل الرقمي المستقبلي هو: $q_r = [0011]$ وهو التسلسل الرقمي المرسل نفسه.

حل المثال (٢):

من المثال (١):

$$\mathbf{y} = (y_1 \quad y_2 \quad y_3)^T = (0.318 - 0.276i \quad -0.629 + 0.502i \quad -0.7071 + 0.990i)^T$$

في عملية الكشف في جهة الاستقبال وبالاعتماد على الخوارزمية (L-ML) نحدد:

$$Q^0 = \{(i, s) \mid i \in [1, \dots, N_t]; s \in S\}$$

$$Q^0 = \left\{ (1, s_1); (1, s_2); (1, s_3); (1, s_4); (2, s_1); (2, s_2); (2, s_3); (2, s_4); (3, s_1); (3, s_2); (3, s_3); (3, s_4); (4, s_1); (4, s_2); (4, s_3); (4, s_4) \right\}$$



$$\begin{cases} \text{add11} = 0; \text{add12} = 0; \text{add13} = 0; \text{add14} = 0; \\ \text{add21} = 0; \text{add22} = 0; \text{add23} = 0; \text{add24} = 0; \\ \text{add31} = 0; \text{add32} = 0; \text{add33} = 0; \text{add34} = 0; \\ \text{add41} = 0; \text{add42} = 0; \text{add43} = 0; \text{add44} = 0; \end{cases}$$

أ- نحدد المناقشات الرياضية عند هوائي الاستقبال الأول $z = 1$ اعتماداً على عناصر المجموعة Q^0 على وفق العلاقة الرياضية $\delta_{(i,s)}^j = |y_j - h_{j,i}s|^2$

$$\delta_{(1,s_1)}^1 = |y_1 - h_{1,1}s_1|^2$$

$$\delta_{(1,s_1)}^1 = |0.318 - 0.276i - (0.42 + 0.03i)(0.7071 + 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(1,s_1)}^1 = |0.042 - 0.594i|^2 = 0.355$$

$$\delta_{(1,s_2)}^1 = |y_1 - h_{1,1}s_2|^2$$

$$\delta_{(1,s_2)}^1 = |0.318 - 0.276i - (0.42 + 0.03i)(-0.7071 + 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(1,s_2)}^1 = |0.636 - 0.552i|^2 = 0.709$$

$$\delta_{(1,s_3)}^1 = |y_1 - h_{1,1}s_3|^2$$

$$\delta_{(1,s_3)}^1 = |0.318 - 0.276i - (0.42 + 0.03i)(-0.7071 - 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(1,s_3)}^1 = |0.594 + 0.042i|^2 = 0.355$$

$$\delta_{(1,s_4)}^1 = |y_1 - h_{1,1}s_4|^2$$

$$\delta_{(1,s_4)}^1 = |0.318 - 0.276i - (0.42 + 0.03i)(0.7071 - 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(1,s_4)}^1 = |0 + 0i|^2 = 0$$

$$\delta_{(2,s_1)}^1 = |y_1 - h_{1,2}s_1|^2$$

$$\delta_{(2,s_1)}^1 = |0.318 - 0.276i - (-0.3 + 0.06i)(0.7071 + 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(2,s_1)}^1 = |0.572 - 0.106i|^2 = 0.338$$

$$\delta_{(2,s_2)}^1 = |y_1 - h_{1,2}s_2|^2$$

$$\delta_{(2,s_2)}^1 = |0.318 - 0.276i - (-0.3 + 0.06i)(-0.7071 + 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(2,s_2)}^1 = |0.148 - 0.021i|^2 = 0.022$$



$$\delta_{(4,s_2)}^1 = |y_1 - h_{1,4}s_2|^2$$

$$\delta_{(4,s_2)}^1 = |0.318 - 0.276i - (1.09 + 0.28i)(-0.7071 + 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(4,s_2)}^1 = |1.287 - 0.849i|^2 = 2.377$$

$$\delta_{(4,s_3)}^1 = |y_1 - h_{1,4}s_3|^2$$

$$\delta_{(4,s_3)}^1 = |0.318 - 0.276i - (1.09 + 0.28i)(-0.7071 - 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(4,s_3)}^1 = |0.891 + 0.693i|^2 = 1.274$$

$$\delta_{(4,s_4)}^1 = |y_1 - h_{1,4}s_4|^2$$

$$\delta_{(4,s_4)}^1 = |0.318 - 0.276i - (1.09 + 0.28i)(0.7071 - 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(4,s_4)}^1 = |-0.651 + 0.297i|^2 = 0.512$$

نحدد عناصر المجموعة Q^1 على وفق العلاقة الرياضية الآتية:

$$Q^1 = \arg_{(i,s)} \left(8 \text{ smallest} \begin{pmatrix} \delta_{(1,s_1)}^1 & \delta_{(1,s_2)}^1 & \delta_{(1,s_3)}^1 & \delta_{(1,s_4)}^1 \\ \delta_{(2,s_1)}^1 & \delta_{(2,s_2)}^1 & \delta_{(2,s_3)}^1 & \delta_{(2,s_4)}^1 \\ \delta_{(3,s_1)}^1 & \delta_{(3,s_2)}^1 & \delta_{(3,s_3)}^1 & \delta_{(3,s_4)}^1 \\ \delta_{(4,s_1)}^1 & \delta_{(4,s_2)}^1 & \delta_{(4,s_3)}^1 & \delta_{(4,s_4)}^1 \end{pmatrix} \right)$$

$$Q^1 = \arg_{(i,s)} \left(8 \text{ smallest} \begin{pmatrix} 0.355 & 0.709 & 0.355 & 0 \\ 0.338 & 0.022 & 0.203 & 0.519 \\ 2.769 & 4.171 & 2.844 & 1.441 \\ 1.615 & 2.377 & 1.274 & 0.512 \end{pmatrix} \right)$$

$$Q^1 = \{(1, s_4); (2, s_2); (2, s_3); (2, s_1); (1, s_1); (1, s_3); (4, s_4); (2, s_4)\}$$

نحدد المجموعة Q_1^1 على وفق العلاقة الرياضية الآتية:

$$Q_1^1 = \min(Q^1)$$

$$Q_1^1 = \{(1, s_4)\}$$

$$\text{add14} = \text{add14} + 1 = 0 + 1 = 1$$



ب- نحدد المناقشات الرياضية عند هوائي الاستقبال الثاني $z = 2$ اعتماداً على عناصر المجموعة Q^1 على وفق العلاقة

$$\text{الرياضية } \delta_{(i,s)}^j = |y_j - h_{j,i}s|^2$$

$$\delta_{(1,s_4)}^2 = |y_2 - h_{2,1}s_4|^2$$

$$\delta_{(1,s_4)}^2 = |-0.629 + 0.502i - (-0.8 - 0.09i)(0.7071 - 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(1,s_4)}^2 = |0 + 0|^2 = 0$$

$$\delta_{(2,s_2)}^2 = |y_2 - h_{2,2}s_2|^2$$

$$\delta_{(2,s_2)}^2 = |-0.629 + 0.502i - (0.39 - 0.22i)(-0.7071 + 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(2,s_2)}^2 = |-0.509 + 0.071|^2 = 0.264$$

$$\delta_{(2,s_3)}^2 = |y_2 - h_{2,2}s_3|^2$$

$$\delta_{(2,s_3)}^2 = |-0.629 + 0.502i - (0.39 - 0.22i)(-0.7071 - 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(2,s_3)}^2 = |-0.198 + 0.622|^2 = 0.426$$

$$\delta_{(2,s_1)}^2 = |y_2 - h_{2,2}s_1|^2$$

$$\delta_{(2,s_1)}^2 = |-0.629 + 0.502i - (0.39 - 0.22i)(0.7071 + 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(2,s_1)}^2 = |-1.060 + 0.382|^2 = 1.269$$

$$\delta_{(1,s_1)}^2 = |y_2 - h_{2,1}s_1|^2$$

$$\delta_{(1,s_1)}^2 = |-0.629 + 0.502i - (-0.8 - 0.09i)(0.7071 + 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(1,s_1)}^2 = |-0.127 + 1.131|^2 = 1.295$$

$$\delta_{(1,s_3)}^2 = |y_2 - h_{2,1}s_3|^2$$

$$\delta_{(1,s_3)}^2 = |-0.629 + 0.502i - (-0.8 - 0.09i)(-0.7071 - 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(1,s_3)}^2 = |-1.131 - 0.127|^2 = 1.295$$

$$\delta_{(4,s_4)}^2 = |y_2 - h_{2,4}s_4|^2$$

$$\delta_{(4,s_4)}^2 = |-0.629 + 0.502i - (-0.7 - 0.1i)(0.7071 - 0.7071i)|^2$$



$$\delta_{(4,s_4)}^2 = |-0.063 + 0.078i|^2 = 0.010$$

$$\delta_{(2,s_4)}^2 = |y_2 - h_{2,2}s_4|^2$$

$$\delta_{(2,s_4)}^2 = |-0.629 + 0.502i - (0.39 - 0.22i)(0.7071 - 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(2,s_4)}^2 = |-0.749 + 0.933i|^2 = 1.431$$

نحدد عناصر المجموعة Q^2 على وفق العلاقة الرياضية الآتية:

$$Q^2 = \arg_{(i,s)} \left(4 \text{ smallest} \left(\begin{array}{cccc} \delta_{(1,s_4)}^2 & \delta_{(2,s_2)}^2 & \delta_{(2,s_3)}^2 & \delta_{(2,s_1)}^2 \\ \delta_{(1,s_1)}^2 & \delta_{(1,s_3)}^2 & \delta_{(4,s_4)}^2 & \delta_{(2,s_4)}^2 \end{array} \right) \right)$$

$$Q^2 = \arg_{(i,s)} \left(4 \text{ smallest} \left(\begin{array}{cccc} 0 & 0.264 & 0.426 & 1.269 \\ 1.295 & 1.295 & 0.010 & 1.431 \end{array} \right) \right)$$

$$Q^2 = \{(1, s_4); (4, s_4); (2, s_2); (2, s_3)\}$$

نحدد المجموعة Q_1^2 على وفق العلاقة الرياضية الآتية:

$$Q_1^2 = \min(Q^2)$$

$$Q_1^2 = \{(1, s_4)\}$$

$$\text{add}_{14} = \text{add}_{14} + 1 = 1 + 1 = 2$$

ت- نحدد المناقشات الرياضية عند هوائي الاستقبال الثالث $z = 3$ اعتماداً على عناصر المجموعة Q^2 على وفق العلاقة الرياضية $\delta_{(i,s)}^j = |y_j - h_{j,i}s|^2$:

$$\delta_{(1,s_4)}^3 = |y_3 - h_{3,1}s_4|^2$$

$$\delta_{(1,s_4)}^3 = |-0.7071 + 0.990i - (-1.2 + 0.20i)(0.7071 - 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(1,s_4)}^3 = |0 + 0|^2 = 0$$

$$\delta_{(4,s_4)}^3 = |y_3 - h_{3,4}s_4|^2$$

$$\delta_{(4,s_4)}^3 = |-0.7071 + 0.990i - (-1 + 0.88i)(0.7071 - 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(4,s_4)}^3 = |-0.622 - 0.339i|^2 = 0.502$$

$$\delta_{(2,s_2)}^3 = |y_3 - h_{3,2}s_2|^2$$



$$\delta_{(2,s_2)}^3 = |-0.7071 + 0.990i - (1.39 - 0.01i)(-0.7071 + 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(2,s_2)}^3 = |0.268 + 0.00006i|^2 = 0.072$$

$$\delta_{(2,s_3)}^3 = |y_3 - h_{3,2}s_3|^2$$

$$\delta_{(2,s_3)}^3 = |-0.7071 + 0.990i - (1.39 - 0.01i)(-0.7071 - 0.7071i)|^2$$

$$\delta_{(2,s_3)}^3 = |0.282 + 1.966i|^2 = 3.945$$

نحدد عناصر المجموعة Q^3 وفق العلاقة الرياضية الآتية:

$$Q^3 = \arg_{(i,s)} \left(1 \text{ smallest } (\delta_{(1,s_4)}^3 \quad \delta_{(4,s_4)}^3 \quad \delta_{(2,s_2)}^3 \quad \delta_{(2,s_3)}^3) \right)$$

$$Q^3 = \arg_{(i,s)} (1 \text{ smallest } (0 \quad 0.502 \quad 0.072 \quad 3.945))$$

$$Q^3 = \{(1, s_4)\}$$

نحدد المجموعة Q_1^3 على وفق العلاقة الرياضية الآتية:

$$Q_1^3 = \min(Q^3)$$

$$Q_1^3 = \{(1, s_4)\}$$

$$\text{add14} = \text{add14} + 1 = 2 + 1 = 3$$

$$\text{adddd}_{(i,s)} = \text{sort}\{\text{add}_{(i,s)}\}$$

$$\text{adddd}_{(i,s)} = \text{sort}\{0,0,0,3,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0\}$$

$$\text{adddd}_{(i,s)} = \{0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,3\}$$

$$(\hat{t}, \hat{s}) = \max\{\text{adddd}_{(i,s)}\} = 3 = \text{add14}$$

نستنتج مما سبق من add14 أنّ الهوائي الفعال، هو الهوائي الأول والرمز المرسل عليه هو s_4 ، وبالتالي يكون

التسلسل الرقمي المستقبل هو: $q_r = [0011]$ وهو التسلسل الرقمي المرسل نفسه.