The Concept of (Gem-Set) in Topology, A Review

Ahmed B AL-Nafee **Ahmed Hasan Hamed**

Ministry of Education, Babylon, Mathematics Department , Iraq

Ahm_math_88@yahoo.com

ARTICLE INFO
Submission date: 11 /6/2019
Acceptance date: 2 / 7/2019
Publication date: 10/7/2019

Abstract

The (Gem-Sets) were known since 2013 and because of their wide using in characterization of new topological concepts as: separation axioms, compactness, continuity and other important concepts, we introduced this article to give the most important previous studies about this subject as a historical study.

Keywords: (Gem-Set), Topology

مفهوم المجموعة الجوهرية في التوبولوجي ,

"مراجـــعة"

احمد باسم حامد النافعي **احمد حسن حميد**

وزارة التربية

Ahm_math_88@yahoo.com

1- الخلاصة

عند دراسة اي موضوع بشكل عام نبدأ بالمكونات الأساسية التي على أساسها تم بناء هذا الموضوع , فعند دراسة الفضاءات التوبولوجية نلاحظ أنّها بنيت على أساس مفاهيم توبولوجية : كالمجموعات المفتوحة والنقاط الداخلية والمجموعات المغلقة وانغلاق المجموعة ونقاط الغاية وغيرها من المفاهيم الأساسية , وأنّ شكل الفضاء وخواصه يعتمد على تلك المفاهيم, لذا اصبح من الضروري توصيف هذه المفاهيم بمفاهيم جديدةً تعطي تعريفات ونتائج وخواص وطرق جديدة تردف تلك المفاهيم التي تعد أساساً للفضاءات التوبولوجية , ومن أبرز تلك التوصيفات هي المجموعة الجوهرية (Gem–Set). في هذا المقال وضحنا مفهوم المجموعة الجوهرية ومناقشتها وكذلك قدمنا جرداً تاريخياً مفصلا حول أهم الدراسات السابقة التي تضمنت مفهوم المجموعة الجوهرية (Gem–Set), فضلاً عن دور ومساهمات الباحثين في تطوير هذا المفهوم .

الكلمات الدالة: المجموعة الجوهرية , التوبولوجي

© Journal of University of Babylon for Pure and Applied Sciences (JUBPAS) by University of Babylon is licensed under a Creative Commons Attribution 4. 0 International License, 2019.

2- المجموعة الجوهرية (Gem−Set)

قُدمت فكرة "Gem−set" في عام 2013م **[1]**, وهي توصيف جديد لمفهوم انغلاق المجموعة (closure set) عند نقطة معينة , عرّف احمد النافعي ولؤي السويدي هذه الفكرة بالاعتماد على مفهوم جديد من المثاليات (I_x) عند نقطة محددة , وكان تعريف هذا النوع من المثاليات (I_x) كالآتي : ليكن (X,T) فضاء توبولوجي و x نقطة تنتمي الى المجموعة X , فأن : $I_x = \{G \in X: x \in G^c\}$

حيث G مجموعة مفتوحة في (X,T) وتبعاً لهذا تم تعريف المجموعة الجوهرية (Gem−Set) التي رمزها هو A^{*x} كالآتي: لكل فضاء توبولوجي (X,T) ولكل مجموعة جزئية $A \subseteq X$

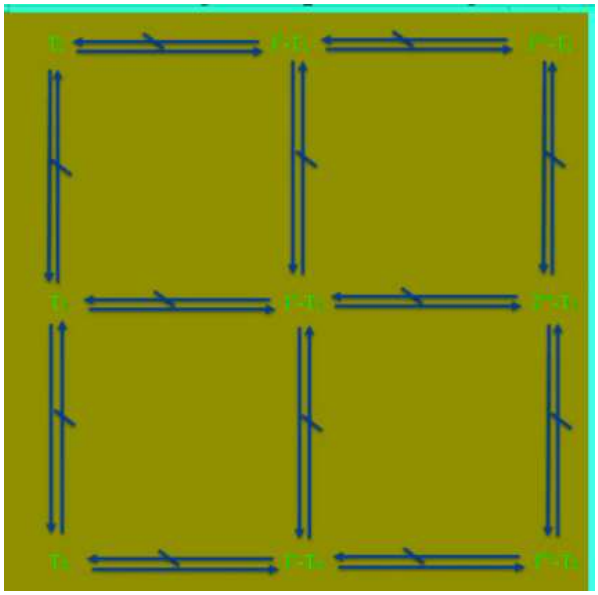
فأن : $A^{*x} = \{ y \in X : G \cap A \notin I_x\}$

3- الدراسات السابقة لمفاهيم توبولوجية تضمنت في توصيفها مفهوم المجموعة الجوهرية (Gem−Set)

سوف نقدم عرضاً تاريخياً لأهم الدارسات السابقة التي تضمنت موضوع المجموعة الجوهرية (Gem−Set), تبعاً للمفاهيم التوبولوجية الأتية:

3-1 بديهيات الفصل (Separation Axioms)

في عام 2013م **[1]** , قدّم أحمد النافعي مع لؤي السويدي بديهيات فصل جديدة في الفضاء التبولوجي تسمى (I^*"i=0,1,2, I^{**}−Ti−space, −Ti−space) وبالاعتماد على المجموعة الجوهرية (Gem−Set),وكذلك درسوا خواص هذه البديهيات وبحثوا العلاقة بينهما بشكل مفصل (تابع المخطط أدناه).



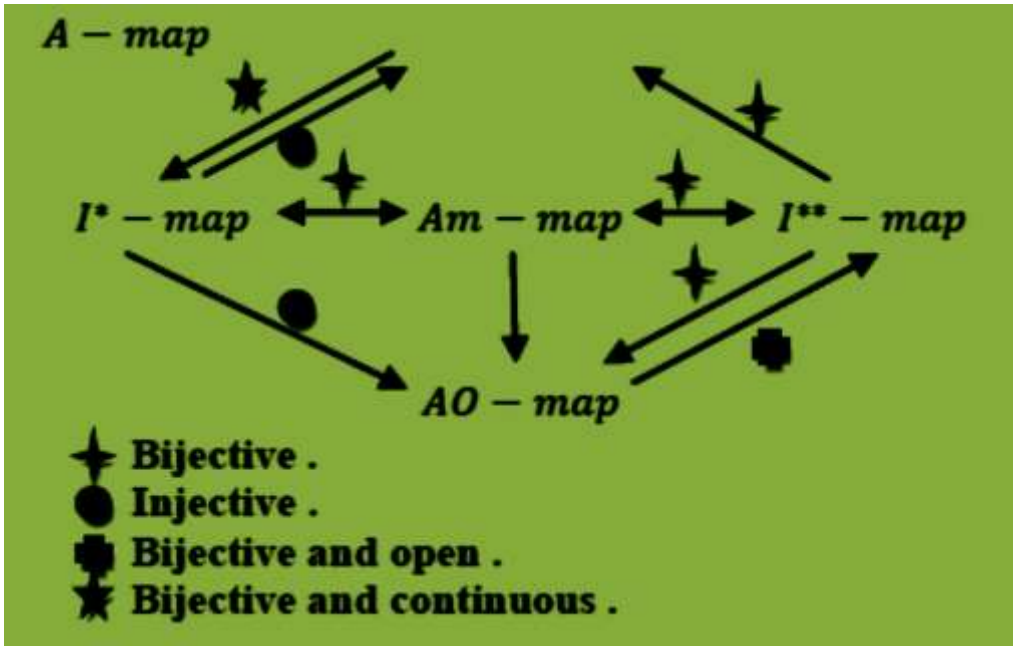
في عام 2014م **[2],[3]**,واصل لؤي السويدي مع باحث آخر البحث حول موضوع بديهيات الفصل باستخدام المجموعة الجوهرية (Gem-Set) وتمكنوا من توصيف انواع جديدة لبديهيات الفصل هي: ($S^{*}i$ – space, $S^{**}i$ – space , $S^{***}i$ – space , i=0,1,2) وايضاً بحثوا العلاقة بينهما وبين بديهيات الفصل التي تم تعريفها في المصدر **[1]** , ("I^{*}–Ti –space, I^{**}– Ti –space i=0,1,2) .

في عام 2017م **[4]**, عرّف الباحثان الهنديان C. Elango ,R. Rathinam مفاهيم توبولوجية جديدة باستخدام فكرة (Gem-Set) (Gem-regular space,Gem-normal space…), ودرسوا أهم الخواص لهذه المفاهيم وبحثوا ايضاً العلاقة بينهما بشكل مفصل.

2-3 الدّول المستمرة (Continuous Functions)

إنّ الحفاظ على نقل خصائص المجموعة الجوهرية من فضاء إلى آخر يتطلب تعريف دالة مناسبة معرّفة تعريفاً حسناً تحت شروط معينة , وتبعاً لهذا تم تعريف داليتين هما (I^{*}-Map and I^{**}-Map) من قبل أحمد النافعي ولؤي السويدي **[1]** ,وفي الموضع نفسه استمر باحث آخر بإشراف لؤي السويدي في عام 2014م**[5]** ,على البحث والمتابعة حيث تمكنوا من تعريف دوال اخرى تسمى (A-map, Ao–Map, Am–Map) تعمل على نقل خصائص المجموعة الجوهرية نفسها من فضاء الى اخر بشروط معينة, كذلك بحثوا العلاقة بينها وبين الدوال التي تم تعريفها سابقاً في المصدر **[1]** (I^{*}-Map, I^{**}-Map), كما موضح في المخطط ادناه , هذا العمل تم نشره في ورقة بحث عنوانها :

"New Function With “Gem-Set” in Topological Space"



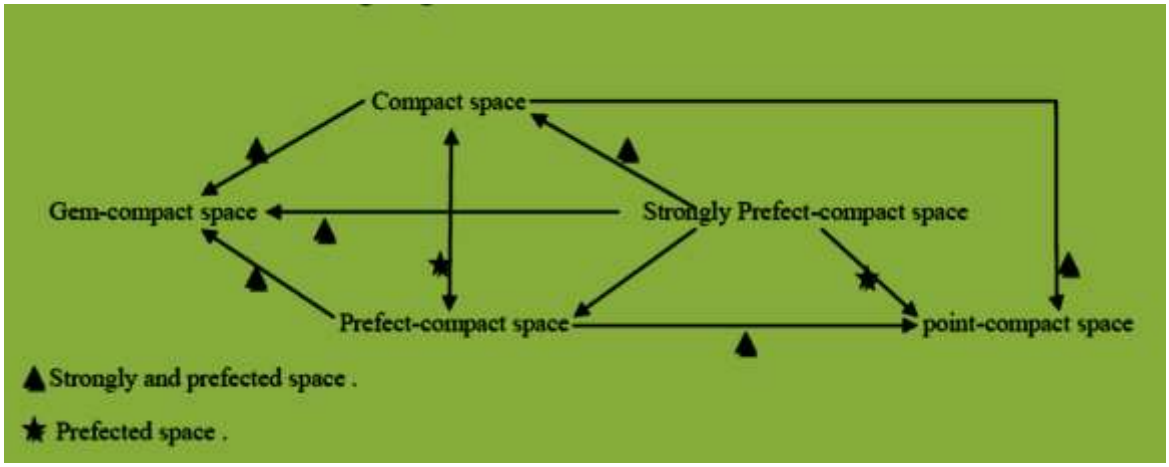
3-3 الاستمرارية في الفضاءات الثنائية التوبولوجية (Continuous in bitopological Spaces)

في عام 2016م **[6]**, توصلت الباحثة اكتفاء جليل من خلال دراستها لمفهوم (المجموعة الجوهرية) إلى نوع جديد من الاستمرارية في الفضاءات الثنائية التوبولوجية بواسطة المجموعة الجوهرية وقد قامت بإثبات بعض النظريات والخصائص الخاصة بالاستمرارية وكذلك بديهيات الفصل بالاعتماد على المجموعة الجوهرية, وتم نشر هذا العمل في ورقة بحث عنوانها :

"- Continuous in Bitopological Space By Gem-setδ "

4-3 دراسة التراص باستخدام المجموعة الجوهرية ("Gem-Set (Compactness with

في عام 2014م **[7]**, قدمت الباحثة مريم العذاري بإشراف لؤي السويدي بحث حول التراص وكان الهدف من هذه البحث هو استخدام مفهوم "مجموعة جوهرية" مع تعريفات جديدة من الدوال في الفضاءات التوبولوجية ودراسة خصائصها والتحقق في العلاقات بينها وبين دوال سابقة, وكذلك تحديد انواع جديدة من الفضاءات المرصوصة (Gem-compact spaces) ودراسة خواصها ,(تابع المخطط أدناه) .



5-3 المجموعة الطرية (Soft Set) والمجموعة الجوهرية (Gem-Set)

قُدم مفهوم المجموعة الطرية (Soft Set) في عام 1999م **[8]** ولكون هذا المفهوم له تطبيقات واسعة في عدة مجالات ويُستخدم في حل العديد من مشاكل الرياضية والاقتصادية والهندسية لذا استخدم احمد النافعي في عام 2018م هذا المفهوم معرّفاً مجموعة طرية جديدة مهمة في الفضاءات التوبولوجية الطرية تسمى المجموعة الجوهرية الطرية (Soft-Gem-Set) ودرس اهم خواصها وعرّف بديهيات فصل طرية جديدة بالاعتماد على هذه المجموعة وبحث العلاقة بينهما بشكل مفصل, تفاصيل أكثر راجع المصادر **[9][10],[11],[12].**

6-3 الاستنتاجات

إنّ مفهوم المجموعة الجوهرية (Gem-Set) يعطي توصيفاً جديداً لمفاهيم توبولوجية مهمة منها التراص وبديهيات الفصل وانغلاق المجموعة ونقاط الغاية وغيرها من المفاهيم التوبولوجية الاخرى, وهذه دعوة للباحثين لكي يتخذوها عنواناً رئيسا في عمل بحوث مستقبليه في مجالات متعددة .

Conflict of Interests.
There are non-conflicts of interest .

المصادر

[1] L. AL-Swidi and A. AL-Nafee,"New Separation Axioms Using the idea of "Gem-Set", in Topological Space",*Mathematical Theory and modeling*, vol.3, no.3, pp. 60 - 66, 2013.

[2] L. AL-Swidi. and M. AL-Rubaye, " On Separation Axioms with Respect to Gem set" *International Journal of Engineering Research and Technology*, vol. 3, pp 2789 – 2792.,2014.

[3] L. AL-Swidi. and M. AL-Rubaye, " New Classes of Separation Axiom via Special Case of Local Function" , *International Journal of Mathematical Analysis*. vol.8, no.23,pp1119-1131, 2014.

[4] R. Rathinam and C. Elango, " Gem-Separation Axioms in Topological Space" *Annals of Pure and Applied Mathematics*, vol. 15, pp 133 – 144. 2017

[5] L. Al-Swidi and M. A. AL-Ethary " New Function With "Gem-Set" in Topological Space", *International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT)*, vol3, no.2, pp.2324 –2327, 2014

[6] I. Diaa , " δ- Continuous in Bitopological Space By Gem-set ",*JUBPAS*, vol.24, no.3, pp. 622 - 629, 2016.

[7] L. Al-Swidi and M. A. AL-Ethary " Compactness with "Gem-Set" ", Int. *Journal of Math. Analysis*, vol. 8, no.23, pp. 1105 - 1117, 2014.

[8] D. Molodtsov, "Soft Set Theory First Results",*Computers and Mathematics with Applications*",vol. 37, pp. 19 - 31,(1999).

[9] A. AL-Nafee and R. Ali. "On Idea of Controlling Soft Gem-Set in Soft Topological Space",*Jour of Adv Research in Dynamical & Control Systems*, vol. 10, 13-Special Issue, pp. 606 – 615, 2018.

[10] A. AL-Nafee, "On *Soft Turing Point with Separation Axioms",*JUBPAS*, vol. 26, no.7, pp. 200 - 209, May 2018.

[11] A. Al-Nafee and L. Al-Swidi, "Separation Axioms Using Soft Turing Point of a Soft Ideal in Soft Topological Space",*Journal of New Theory*, vol. 25, pp. 29 - 37, October 2018.

[12] A. AL-Nafee, R. Al-Hamido and F. Smarandache, " Separation Axioms in Neutrosophic Crisp Topological Spaces", *Neutrosophic Sets and Systems*, vol. 25 , pp. 25 – 33, 2019