دراسة علاقتي سرعة الطور وسرعة المجموعة لأمواج روسبي في الغلاف الجوي

محمد أنور بطل **ناهض حسون**

قسم الفيزياء، كلية العلوم، جامعة حلب *قسم الفيزياء، كلية العلوم، جامعة المثنى*

سوسن عثمان

قسم الفيزياء، كلية العلوم، جامعة حلب

Nohedhahwosh61@gmail.com

الخلاصة

تم في هذا البحث تطوير علاقة التشتت لموجة روسبي باستخدام معادلات موجة روسبي، وقد تبين أن المخطط الطبيعي لأمواج روسبي في المستوي β هو دائرة في فضاء العدد الموجي (k,l) ، مركزها ينزاح بالمقدار($-\frac{\beta}{2\omega}$) وحدة على طول المحور X السالب ونصف قطرها أصغر من هذه الإزاحة، وهذا يعني أن انتشار الطور سيكون باتجاه الغرب بشكل أولي، أما مخطط سرعة الطور فهو عبارة عن دائرة مركزها ينزاح بالمقدار($-\frac{Q}{2}$) وحده على طول المحور X السالب، ومخطط سرعة المجموعة عبارة عن اهليلج (قطع ناقص) مركزه ينزاح باتجاه الغرب والمحاور الأساسية والفرعية تعطي سرع المجموعة العظمى بكل الاتجاهات كدالة للتردد والوسيط Q .

الكلمات المفتاحية: موجة روسبي، سرعة الطور، سرعة المجموعة .

Study of the Relationship Speed and Velocity of the Group's Atmospheric Waves

Abstracts:

In this study Rossby waves dispersion was developed by using Rossby wave equation has been shown That the normal waveform for the Rossaby waves in the plane β a circle in the wave form space (k,l) . its center is displaced by $-\frac{\beta}{2\omega}$ a unit along the negative X-axis and a radius smaller than this displacement .the phase propagation is initially west ward ,while the phase speed scheme is a circle centered Dislikes by amount only $-\frac{Q}{2}$ by negative X-axis ,the group speed chart is ellipse its center is shifted to the west , The main and sub-axes give the whole group a great speed as a function of frequency and Mediator Q .

Key word: Rosby wave, Phase Velocity

المقدمة

تعد أمواج روسبي ذات أهمية كبيرة في المنظومات الجوية ذات السلم الكبير من رتبةKm^{4}١٠ لذلك تدعى بالأمواج الكوكبية [HoltenJ,2004 ThurairahB,2009;]. وتنشأ هذه الأمواج بعدة طرائق منها تفاعلات تدفق الرياح في طبقات الجو الوسطى مع الجبال وعوامل الحمل الحراري وحالات عدم الاستقرار ذات السلم الكبير.

تتواجد أمواج روسبي في المستويات العليا من طبقة التربوسفير على مستويات الضغط hpa (٧٠٠،٣٠٠،٥٠٠) وهي تتضمن الأنظمة الجوية التي تشمل المنخفضات والمرتفعات وكذلك التيارات النفاثة (jets streams) والجبهات الباردة والحارة المرافقة للمنخفضات الجوية[David,20014; Holten, 2004].

يتأثر الطقس بقوة عند خطوط العرض المتوسطة بطول وسعة وطور موجة روسبي حيث الرياح في أمواج روسبي توجه المنخفضات والمرتفعات الجوية وما يصاحبها من كتل هوائية، كما تؤثر أنماط موجة روسبي السائدة بقوة على المناخ ذات السلم الكبير حيث الميزات الأساسية لموجة روسبي تختلف الى حد بعيد مع فصول السنة[Thorpe and Bishop,1995].

تلعب موجة روسبي دوراً رئيسياً في الدفأ المفاجئ لطبقة الستراتوسفير حيث يحدث هذا الدفأ بتأثير انتشار أمواج روسبي للأعلى مما يؤدي لانتقال كتل هوائية دافئة ضمن طبقة الستراتوسفير ولاسيما عند أمواج روسبي المستقرة [David ,20014; Thurairah,2009].

أهمية البحث وأهدافه:

تكمن أهمية البحث في كونه يعرض خصائص أمواج روسبي وكيفية انتشارها كما ويبين تأثيرها على المناخ ويوجد علاقة التشتت لهذه الأمواج في الغلاف الجوي وعلاقات سرعة الطور وسرعة المجموعة وكتابة هذه العلاقات بشكل يظهر كيفية انتشار هذه الأمواج وتمثيل العلاقات بيانياً ومناقشتها.

موجز نظري:

تعرف أمواج روسبي في المائع الباروتروبيكي(Barotropic) وهو المائع الذي تتبع كثافته للضغط فقط على أنها حركة محافظة دوامية مطلقة ناتجة عن تغيرات وسيط كوريوليس مع خط العرض، أما في المائع الباروكلينكي (baroclinic) وهو المائع الذي تتبع كثافته للضغط ودرجة الحرارة على أنها حركة محافظة دوامية كامنة ناتجة عن تدرج متساوي الانتروبية للدوامة الكامنة [David,20014; Holten, 2004].

تتشكل امواج روسبي في طبقة التربوسفير وتتبادل التأثير بين طبقتي التربوسفير والستراتوسفير وتنمو وتنتشر نحو الأعلى حيث تتواجد التيارات النفاثة ومنها (polar jet stream) وتمثل موجه للانتشار العمودي، وتزداد سعة هذه الأمواج مع الارتفاع [Thurairah,2009]. ويعتمد اتجاه حركة موجة روسبي على عاملين وهما سرعة التدفق الرياح الغربية وعدد المرتفعات والمنخفضات حول دائرة خط العرض، ومن الممكن أن تستقر موجة روسبي إذا كان التدفق الغربي ١٥ m/s والذي يقابل ثلاث منخفضات ومرتفعات وهذه هي السرعة الحدية حيث السرعات الأقل من هذه السرعة تؤدي الى انتاج جرف (Trough) غربي لموجة روسبي بينما السرعات الأعلى تؤدي الى انتشار بجهة الشرق [Charney and Razin, 1961].

وقد تمت دراسة خصائص انتشار أمواج روسبي من أجل تغيرات خط عرض المستوي β مع f والتغيرات الطولانية لسرعة الماء السطحية حيث تم استخدام معادلات الماء السطحية لدوران طبقة من الماء وتم إيجاد علاقة التشتت لأمواج روسبي في المحيط وكتابة هذه العلاقة على شكل معادلة دائرة وتم إيجاد علاقات سرعة الطور وسرعة المجموعة ورسم المخططات الموافقة لهذه العلاقات[Mckenzie, 2004].

كما تمت دراسة سرعة المجموعة وأنماط الاشعاع لأمواج روسبي وتم إيجاد علاقة التشتت لأمواج روسبي في المحيط وعلاقات سرعة الطور وسرعة المجموعة ورسم المخططات الموافقة واستخدامت طريقة

الطور الثابت لإيجاد أنماط الاشعاع المولدة بواسطة مصدر فضائي متناسق وتبين أن هذه الأنماط مؤلفة من مجموعتين من القطوع الزائدة حيث تتوافق الأولى مع أطوال الموجة القصيرة وهي متموضعة حول المصدر أما الأخرى فتمثل أطوال الموجة الطويلة وتتموضع باتجاه الغرب [Andrews,2010].

النتائج والمناقشة:

لقد نفذت هذه الدراسة على أمواج روسبي المائية السطحية[Mckenzie, ,2004] والآن ستنفذ هذه الدراسة على أمواج روسبي في الغلاف الجوي وسيتم إيجاد العلاقات الرياضية لسرعة الطور وسرعة المجموعة وتمثيلها بيانياً.

لإيجاد علاقة التشتت لأمواج روسبي سيتم النطلاق من معادلات رياح شبه الجيوستروفيك التي تم التوصل اليها سابقاً في دراسة رياح طبقات الجو العليا بغية تبسيط الدراسة واستنتاج علاقات سرعة الطور وسرعة المجموعة وذلك في المائع الباروتروبيكي حيث تعطى المعادلات بالشكل التالي[Mckenzie,2004]:

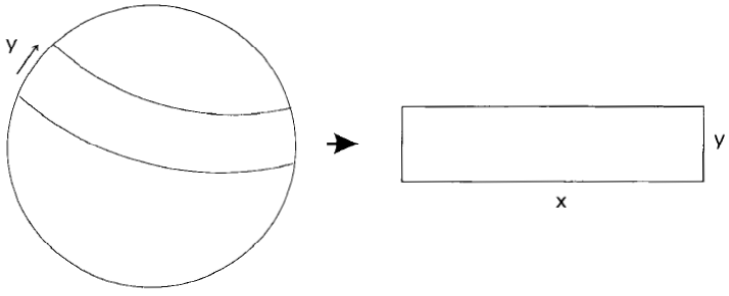
$$D_g u_g - f_0 v_a - \beta y v_g = 0 \qquad (1)$$

$$D_g v_g + f_0 u_a + \beta y u_g = 0 \qquad (2)$$

$$\frac{\partial u_a}{\partial x} + \frac{\partial v_a}{\partial y} + \frac{\partial w_a}{\partial z} = 0 \qquad (3)$$

$$D_g\left(-\frac{g\rho'}{\rho_0}\right) + N_\beta^2 w_a = 0 \qquad (4)$$

حيث $D_g = \frac{\partial}{\partial t} + u_g \frac{\partial}{\partial x} + v_g \frac{\partial}{\partial y}$ ، $u_a = u - u_g \ , v_a = v - v_g \ , w_a = w$وهي تمثل الفرق بين السرع الحقيقية وسرع تدفق الجيوستروفيك، N_β^2يمثل مربع تردد الطفو، ρ', ρ_0 تمثلان الكثافة الأساسية واضطراب الكثافة، gتمثل تسارع الجاذبية الأرضية، f_0 يمثل وسيط كوريوليس، β يمثل المستوي الذي سيتم التعريف عنه لأنه عند دراسة معادلات موجة روسبي سنرى أهمية كبيرة لتغيرات وسيط كوريوليس مع خط العرض والناتجة عن الاحداثيات الكروية، حيث التعامل مع الاحداثيات الكروية سيكون أكثر تعقيداً من الاحداثيات المستوية لذلك من الشائع تمثيل شريط من الكرة والمحدود بخط العرض ويلتف حول الكوكب في خط طولي كمستوي كما هو ظاهر في الشكل(١) :



الشكل (١) يظهر المستوي β .

وسيعتبر الشريط مركز عند خط طولي ϕ_0 وسنعرف النظير الاحداثي y بالشكل $y = a(\phi - \phi_0)$ والنظير الاحداثي x بالشكل $x = a\lambda$ حيث λ يمثل الخط الطولي. بما أن $f = f(\phi) = 2\Omega \sin\phi$ في المنظومة (x, y) يصبح بالشكل $f = f(y)$ بفرض أن عرض الشريط صغير بشكل كافي بحيث يمكن تقريب $f(\phi)$ كسلسلة تايلور حول خط العرض المركزي بالشكل:

$$f(\phi) \approx f(\phi_0) + (\phi - \phi_0)(\frac{df}{d\phi})(\phi_0) + ...$$

حيث:

$$f(\phi_0) = 2\Omega \sin\phi_0$$
$$df / .d\phi_0 = 2\Omega \cos\phi_0$$

وبالاستبدال من أجل y سيتم الحصول على العلاقة:

$$f(y) = f_0 + \beta y$$

حيث $f_0 = 2\Omega \sin\phi_0$ وبالتالي $\beta = \frac{2\Omega}{a}\cos\phi_0$

ويلاحظ أن f تزداد باتجاه الشمال لذلك فإن β موجبة دوماً .[Holten,2004]

يعبر عن توازن الجيوستروفيك بالعلاقتين التاليتين:

$$v \approx v_g = \frac{\partial \psi}{\partial x}\text{ ، }\ u \approx u_g = -\frac{\partial \psi}{\partial y}$$

حيث $\psi = \frac{p'}{f_0 \rho_0}$ يمثل تابع الانسياب و p' يمثل اضطراب الضغط وبالتالي فإن توازن الهواء الساكن يمكن التعبير عنه بالعلاقة:

$$\rho' = -\frac{f_0 \rho_0}{g}\frac{\partial \psi}{\partial z} \qquad (5)$$

المعادلات (١) و(٢) تمثل معادلات الحركة على المحاور X و Y، والمعادلة(٣) تمثل معادلة الاستمرارية أما المعادلة (٤) فتمثل معادلة الطاقة الترموديناميكية. إن معادلات شبه الجيوستروفيك مخصصة من أجل الحركات ذات التردد المنخفض. بأخذ:

$$\frac{\partial}{\partial y}\left[D_g u_g - f_0 v_a - \beta y v_g\right] = 0 \qquad (1)'$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[D_g v_g + f_0 u_a + \beta y u_g\ \right] = 0 \qquad (2)'$$

وبطرح المعادلة ′(2)من المعادلة ′(1)وباستخدام المعادلة(٣) يتم الحصول على العلاقة التالية:

$$D_g\zeta = f_0 \frac{\partial w_a}{\partial z} \qquad (6)$$

حيث:

$\zeta = f_0 + \beta y - \frac{\partial u_g}{\partial y} + \frac{\partial v_g}{\partial x} = f_0 + \beta y + \frac{\partial_2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial_2 \psi}{\partial y^2}$ وهي تمثل المركبة Z للدوامة المطلقة المرتبطة بتدفق الجيوستروفيك.

باستخدام المعادلتين (٤) و(٥) يمكن كتابة السرعة العمودية بالشكل:

$$w_a = D_g(\frac{g\rho'}{\rho_0 N_\beta^2})$$

$$w_a = -D_g(\frac{f_0}{N_\beta^2}\frac{\partial \psi}{\partial z}) \qquad (7)$$

باستبدال المعادلة (٧) بالمعادلة (٦) يتم الحصول على معادلة الدوامة الكامنة بتقريب شبه الجيوستروفيك:

$$D_g q = 0$$

$$q = \zeta + \frac{\partial}{\partial z}(\frac{f_0^2}{N_\beta^2}\frac{\partial \psi}{\partial z})$$

$$q = f_0 + \beta y + \frac{\partial_2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial_2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z}(\frac{f_0^2}{N_\beta^2}\frac{\partial \psi}{\partial z}) \qquad (8)$$

بفرض اضطراب صغير السعة على التدفق الأساسي المنتظم للرياح الطولانية $(u,0,0)$ حيث uثابت يمثل متجه السرعة على المحور X وبالتالي فإن تابع الانسياب يكتب بالشكل $\psi = -uy$ ومن أجل التدفق الكلي يكتب بالشكل:

$$\psi = -uy + \psi' \qquad (9)$$

باستبدال المعادلة (٩) في المعادلة (٨) وبإهمال الحدود من المرتبة الثانية فإن معادلة الدوامة الكامنة بتقريب شبه الجيوستروفيك تصبح بالشكل:

$$q = f_0 + \beta y + \Gamma \psi' \qquad (10)$$

حيث Γيمثل العامل الميكانيكي الإهليجي ويعطى بالعلاقة:

$$\Gamma = \frac{\partial_2}{\partial x^2} + \frac{\partial_2}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z}(\frac{f_0^2}{N_\beta^2}\frac{\partial}{\partial z})$$

وبالتالي فإن معادلة الدوامة الكامنة بتقريب شبه الجيوستروفيك تكتب بشكل خطي بالعلاقة:

$$(\frac{\partial}{\partial t}+u\frac{\partial}{\partial x})\Gamma\psi'+\beta\frac{\partial\psi'}{\partial x}=0 \qquad (11)$$

بفرض N_β^2 ثابت للسهولة. وبفرض حل المعادلة (١١) هو موجة مستوية معطاة بالعلاقة التالية:

$$\psi'=\mathrm{Re}\,\hat{\psi}\exp\left[i(kx+ly+mz-\omega t)\right]$$

حيث $\hat{\psi}$تمثل السعة العقدية و k,l,m تمثل الأعداد الموجية على المحاور X,Y,Z وبتعويض هذه العلاقة في المعادلة (١١) تنتج علاقة التشتت لأمواج روسبي:

$$\omega=ku-\frac{\beta k}{k^2+l^2+\frac{f_0^2m^2}{N_\beta^2}} \qquad (12)$$

عند انعدام التدفق بدائي أي $u=0$ تصبح علاقة التشتت بالشكل[7]:

$$\omega=-\frac{\beta k}{k^2+l^2+\frac{f_0^2m^2}{N_\beta^2}} \qquad (13)$$

انطلاقاً مما سبق من الممكن أن ندرس علاقتي سرعة الطور وسرعة المجموعة حيث يمكن أن نكتب المعادلة(١٣) بالشكل التالي:

$$l^2+(k+\frac{\beta}{2\omega})^2=\frac{\beta^2}{4\omega^2}-\frac{f_0^2m^2}{N_\beta^2} \qquad (14)$$

وهذه العلاقة تمثل معادلة دائرة مركزها $(0,-\frac{\beta}{2\omega})$ونصف قطرها $\sqrt{\frac{\beta^2}{4\omega^2}-\frac{f_0^2m^2}{N_\beta^2}}$ أما علاقة سرعة الطور يمكن إيجادها من العلاقة $v_p=\frac{\omega}{K}$بالافادة من علاقة التشتت يمكن كتابة علاقة سرعة الطور بالشكل التالي:

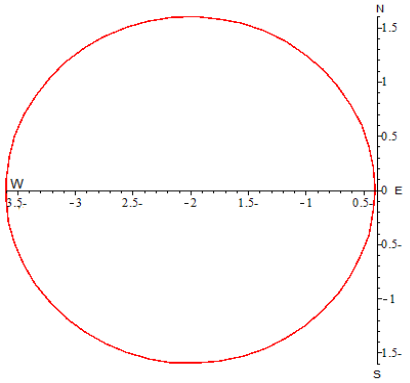
$$\bar{v}^2{}_{py}+(\bar{v}_{px}+\frac{Q}{2})^2=\frac{Q^2}{4}(1-\frac{4\bar{\omega}^2}{Q}) \qquad (15)$$

حيث $Q=\frac{N_\beta^2}{f_0^2m^2}$ و $\bar{\omega}=\frac{\omega}{\sqrt{\beta}}$ و $\bar{v}_p=\frac{v_p}{\sqrt{\beta}}$.

وبالتالي فإن مخطط سرعة الطور هو عبارة عن دائرة نصف قطرها $\frac{Q}{2}\sqrt{(1-\frac{4\bar{\omega}^2}{Q})}$ وهي مزاحة باتجاه الغرب بالمقدار $-\frac{Q}{2}$ وموضحة بالشكل(٢) وذلك من أجل قيم خاصة ل $\bar{\omega}$, Q حيث تم رسم هذه الأشكال بواسطة برنامج maple 18، وأصغر قيمة لسرعة الطور باتجاه الغرب يتم الحصول عليها بوضع $\bar{v}_{py}=0$في العلاقة (١٥):

$$(\bar{v}_{px})_{\min} = \frac{-Q}{2} + \frac{Q}{2}\sqrt{1-\frac{4\bar{\omega}^2}{Q}} \qquad (16)$$

ويلاحظ من هذه العلاقة انه عندما $Q \to \infty$ فإن $(\bar{v}_{px})_{\min} \to -\bar{\omega}^2$.



الشكل(٢) يبين منحني سرعة الطور من أجل $\bar{\omega} = 0.6 , Q = 4$.

أما علاقة سرعة المجموعة فيمكن إيجادها من علاقة التشتت بوضع $v_g = \frac{\partial \omega}{\partial K}$ وبالتالي:

$$v_{gx} = \frac{\beta(k^2 - (l^2 + \frac{f_0^2 m^2}{N_\beta^2}))}{(k^2 + l^2 + \frac{f_0^2 m^2}{N_\beta^2})^2} \qquad (17)$$

$$v_{gx} = \frac{2\beta kl}{(k^2 + l^2 + \frac{f_0^2 m^2}{N_\beta^2})^2} \qquad (18)$$

بإخراج l بدلالة k من علاقة التشتت وبإزالة مقام الكسر من المعادلات (١٧) و(١٨) وباستخدام علاقة التشتت يمكن كتابة العلاقتين (١٧) و(١٨) بالشكل:

$$\bar{v}_{gx} = \bar{\omega}^2(2 + \frac{1}{\bar{\omega}k}) \qquad (19)$$

$$\bar{v}_{gy} = 2\bar{\omega}^2(\frac{l}{k}) \qquad (20)$$

حيث $\bar{v}_g = \frac{v_g}{\sqrt{\beta}}$ وبإخراج k بدلالة $\bar{v}_{gx}$ من العلاقة (١٩) وتعويضها في مربع المعادلة (٢٠) يتم الحصول على منحني سرعة المجموعة الذي يعطى بالشكل:

$$\bar{v}_{gy}^2 = 4\bar{\omega}^4\left[(1-\frac{\bar{v}_{gx}}{\bar{\omega}^2}) - \frac{\bar{\omega}^2}{Q}(\frac{\bar{v}_{gx}}{\bar{\omega}^2} - 2)^2\right] \qquad (21)$$

وهذه العلاقة يمكن كتابتها بالشكل:

$$\frac{Q\bar{v}_{gy}^2}{4\bar{\omega}^2}+\left[\bar{v}_{gx}+\frac{Q}{2}(1-\frac{4\bar{\omega}^2}{Q})\right]^2=\frac{Q^2}{4}(1-\frac{4\bar{\omega}^2}{Q}) \qquad (22)$$

وهذه العلاقة يمكن أن تكتب بالشكل:

$$\frac{\bar{v}_{gy}^2}{d^2}+\left[\bar{v}_{gx}+\frac{Q}{2}(1-\frac{4\bar{\omega}^2}{Q})\right]^2/b^2=1 \qquad (23)$$

حيث $d^2=Q\bar{\omega}^2(1-\frac{4\bar{\omega}^2}{Q})$, $b^2=\frac{Q^2}{4}(1-\frac{4\bar{\omega}^2}{Q})$

والمعادلة(٢٣) يمكن أن تكتب بشكل قطبي على شكل اهليلج بالشكل:

$$\bar{v}_g=\frac{p}{1+e\cos\chi} \qquad (24)$$

حيث $e=\sqrt{1-\frac{d^2}{b^2}}=(1-\frac{4\bar{\omega}^2}{Q})^{1/2}$, $p=\frac{d^2}{b}=2\bar{\omega}^2(1-\frac{4\bar{\omega}^2}{Q})^{1/2}$

حيث التغير على طول المحور السالب $\bar{v}_x$ يعطى بالعلاقة:

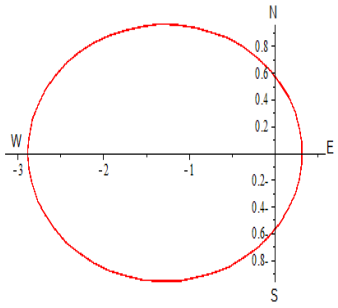
$$\frac{Q}{2}(1-\frac{4\bar{\omega}^2}{Q})=\frac{ep}{1-e^2} \qquad (25)$$

وبدلالة $\bar{\omega}^2$ و Q فإن المعادلة (٢٤) يمكن أن تكتب بالشكل:

$$v_g=2\bar{\omega}^2/\left[\left(1-\frac{4\bar{\omega}^2}{Q}\right)^{-1/2}+\cos\chi\right] \qquad (26)$$

وبالتالي فإن منحني سرعة المجموعة عبارة عن اهليلج (قطع ناقص) مركزه مزاح بالمقدار $-\frac{Q}{2}(1-\frac{4\bar{\omega}^2}{Q})$ وحدة على طول المحور $\bar{v}_{gx}$ والشكل(٣) يبين منحني سرعة المجموعة وذلك من أجل قيم خاصة ل $\bar{\omega}$, Q. إن سرعة المجموعة باتجاه الجنوب هي انعكاس لسرعة المجموعة باتجاه الشمال على المحور X والقيمة العظمى لسرعة المجموعة باتجاه الغرب والشرق تعطى بالعلاقة:

$$\bar{v}^{\pm}{}_{gx}=\frac{Q}{2}(1-\frac{4\bar{\omega}^2}{Q})^{1/2}\left[\pm1-(1-\frac{4\bar{\omega}^2}{Q})^{1/2}\right] \qquad (27)$$

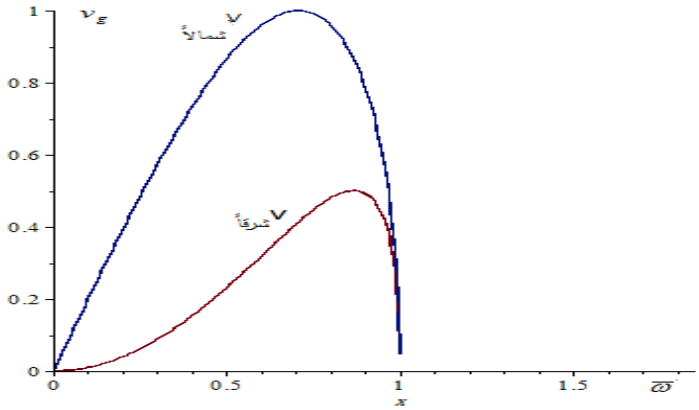


الشكل (٣) بين منحني سرعة المجموعة من أجل $\overline{\omega} = 0.6$, $Q = 4$.

وسرعة المجموعة باتجاه الشمال والجنوب العظمى تعطى بالعلاقة:

$$\overline{v}_{gy} = \pm\overline{\omega} m^{1/2}(1-\frac{4\overline{\omega}^2}{m})^{1/2} \qquad (28)$$

والشكل (٤) يبين منحني سرع المجموعة باتجاه الشرق وباتجاه الشمال تبعا لتغير التردد .

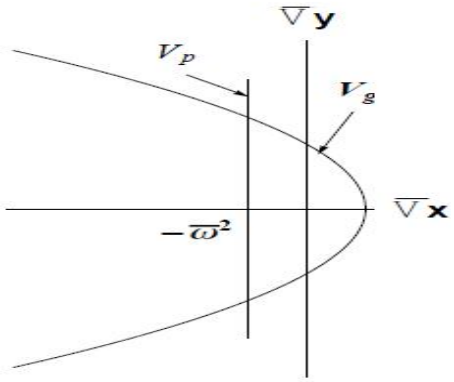


الشكل(٤) يظهر سرع المجموعة باتجاه الشمال والشرق كدالة للتردد من أجل $Q = 4$.

نلاحظ أن الاهليلج يعود الى شكله الأصلي عندما $Q \to 4\overline{\omega}^2$ وعندها فإن الموجة تعود الى النقطة $k = -\frac{1}{2\overline{\omega}}$. عندما $Q >> 1$ حيث تنتشر هذه الأمواج بالقرب من خط الاستواء فإن المعادلة (٢١) تصبح معادلة قطع مكافئ بالشكل[6]:

$$\overline{v}_{gy} = \pm 2\overline{\omega}^2(1-\frac{\overline{v}_{gx}}{\overline{\omega}^2}) \qquad (29)$$

وهي ممثلة بالشكل (٥).



الشكل(٥) يبين مخططي سرعة المجموعة (قطع مكافئ) وسرعة الطور(خط) من أجل $Q \to \infty$.

وسرعة الطور $v_{px} = -\overline{\omega}^2$ حيث يبين هذا الشكل أن مركبات سرعة المجموعة وسرعة الطور تكون متعاكسة بالاتجاه وبالتالي فإن تدفق طاقة الموجة باتجاه الشمال بعيداً عن خط الاستواء مرتبط بتدفق دفع الموجة باتجاه الجنوب باتجاه خط الاستواء وبالعكس، أي أن تدفق الطاقة باتجاه القطب من جهة خط الاستواء مرتبط بتدفق الدفع باتجاه خط الاستواء.

الاستنتاجات:

١-علاقة التشتت لأمواج روسبي في الغلاف الجوي تختلف عن علاقة التشتت لأمواج روسبي في الماء حيث ظهر هنا حد جديد وهو $\frac{f_0^2 m^2}{N_\beta^2}$ وهذا يتفق مع الدراسات السابقة [Andrews,2010].

٢- إن سرعة طور أمواج روسبي سالبة لذلك فإن هذه الأمواج تنتشر غالباً باتجاه الغرب وهذا يتفق مع أمواج روسبي في الماء[Pedlosky, 2003, Duba and Mckenzie,2012].

٣- سرعة المجموعة لأمواج روسبي تكون غالباً باتجاه الغرب وهذا يتفق مع أمواج روسبي في الماء[Doyle and Mckenzie,2013].

٤-إن سرعة الطور وسرعة المجموعة لأمواج روسبي في الغلاف الجوي متعاكستان بالاتجاه وهذا يتفق مع أمواج روسبي في الماء [Farrell and Wattersoni].

References

Andrews, D., 2010, An Introduction to Atmospheric Physics. Cambridge University Press, 2nd ed, New York,249..

Charney, J., and DRAZIN, P., 1961, Propagation of planetary-scale disturbances from the lower into the upper atmosphere. *J. Geophys. Res*, 66, 106–109.

David, A., 2014-Waves and other eddies. *Geophys. Res,*1-3.

Doyle, B., and MCKENZIE., F., 2013, Stationary wave patterns in deep water. *Quaestiones Math,* 36(4), 487–500.

Duba, T., and MCKENZIE F.,2012, Propagation properties of Rossby waves for latitudinal β-plane variations of f and zonal variations of the shallow water speed. *Ann. Geophysicae,* 30, 849–855.

Farrell, B., and Wattersoni., 1985, Rossby waves in opposing currents. J. *Atmos. Sci,* 42, 1741–1756.

Holten, J., 2004, An introduction to dynamic meteorology. international geophysics series, 4th ed, New York,553

Mckenzie, J., 2014, The group velocity and radiation pattern of Rossby waves. *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics.* 1-5.

Pedlosky, J., 2003, Introduction to Wave Dynamics, *Springer-Verlag*, New York,403.

Thorpe, A., and BISHOP C., 1995, Potential vorticity and the electrostatics analogy: Ertel-Rossby formulation. *Quarti. J. Ref. Meteorol. Soc,* 121, 1477–1478.

Thurairajah, B., 2009, Role of waves on the circulation of the arctic middle atmosphere: rayleigh lidar measurements and analysis. *Geophys. Res,*13-15.